О. Ф. Гребенников

ОСНОВЫ ЗАПИСИ И ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ



О. Ф. Гребенников

ОСНОВЫ ЗАПИСИ И ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ (В КИНЕМАТОГРАФЕ)

Допущено Управлением кадров и учебных заведений
Госкино СССР
в качестве учебного пособия для вузов
кинематографии

МОСКВА
«ИСКУССТВО»
1982

ББК 37.95
Г 79

Рецензенты: доктор технических наук, профессор Н. К. Игнатьев и кандидат технических наук В. В. Раковский

ОТ АВТОРА

Последние годы характеризуются тем, что теоретические методы, разработанные в радиоэлектронике, все более проникают в оптику, фотографию и кинематографию. Это объясняется тем, что физические процессы, происходящие в радиоэлектронных приборах, близки процессам, осуществляемым в оптических, фотографических и кинематографических системах. Значительные успехи в области теории линейных систем, теории дискретизации, теории информации создали достаточно солидную базу для разработки теории процессов преобразования изображений в кинематографических системах.

До недавнего времени преобразования изображений в кинематографических системах представлялись довольно простыми, не требующими глубокого теоретического осмысления. В современных условиях научно-технической революции кинотехника претерпевает бурное развитие, и создание новых и совершенствование существующих систем записи и воспроизведения движущихся изображений невозможны без достаточно серьезных теоретических предпосылок.

Работы советских ученых М. В. Антипина, Л. Ф. Артюшина, А. Т. Ащеулова, А. И. Вейцмана, К. В. Вендровского, Д. С. Волосова, Е. М. Голдовского, Ю. Н. Денисюка, Н. К. Игнатьева, В. Г. Комара, Н. Д. Нюберга, С. М. Проворнова, В. В. Раковского и других, а также зарубежных специалистов Д. Гудмена, А. Папулиса, Х. Фризера и других заложили основу теории кинематографических процессов.

В задачу данной книги входит обобщение достигнутых результатов в области исследования процессов преобразований изображений в кинематографических системах. Автор не стремился дать конкретные рекомендации по совершенствованию существующих и созданию новых кинематографических систем.

Основная цель книги — изложение современных методов анализа и оценки воспроизводящих свойств кинематографической системы и ее элементов. Специалисты, вооруженные современными методами исследований, в состоянии решать конкретные, принципиальные практические задачи, стоящие перед кинотехникой.

Книга является учебным пособием, предназначенным для студентов, и написана на базе курса лекций, читаемых автором в Ленинградском институте киноинженеров. Изложение материала

построено с учетом того, что студентами изучены курсы «Прикладная оптика и светотехника», «Физические основы кинотехники», «Носители кинематографической информации», «Основы телевидения и кинотелевизионной техники», «Детали и механизмы киноаппаратуры» и дисциплины общеинженерного цикла.

В книге опущены чисто фотографические вопросы записи и воспроизведения изображений в кинематографической системе, так как они изучаются в самостоятельных курсах.

Во введении даются основные определения и краткий обзор принципов записи и воспроизведения изображений.

В I главе рассмотрены общие вопросы преобразования изображения, необходимые для его записи на носителе с целью последующего воспроизведения. На основе этого материала во II и III главах проводится анализ пространственных, временны́х и пространственно-временны́х преобразований одноцветного изображения в реальных кинематографических системах. Особое внимание уделено оценке воспроизводящих свойств кинематографических систем, а также анализу искажений, вызванных дискретизацией изображения.

Глава IV посвящена изложению принципов записи и воспроизведения цветного изображения. Указываются пути построения систем, обеспечивающих воспроизведение физически, физиологически и психологически точных цветных изображений.

В V главе показаны методы количественной оценки качества изображения, позволяющие научно обосновать требования к воспроизводящим свойствам кинематографических систем.

В приложении приведены краткие сведения из высшей математики, использованные при анализе преобразования изображений.

ВВЕДЕНИЕ

Окружающий нас мир заполнен бесчисленным множеством объектов, которые характеризуются не только массой, химическим составом, размерами и пр., но и светотехническими показателями: пространственным распределением яркостей, спектральным составом отраженного света и т. п. Каждая точка поверхности предмета является источником, излучающим световую энергию в виде сферических световых волн. Излучение всех точек предмета создает сложный фронт световых волн. Оптические системы фотографического или киносъемочного аппарата преобразуют расходящийся фронт световых волн в сходящийся.

Рассмотрим простейший случай, когда объектом являются две произвольно расположенные светящиеся точки A и A_1 (рис. 1). От обеих точек расходятся сферические световые волны, частично охватываемые зрачком объектива *1*. После трансформации в объективе сферические волны сходятся в точках A' и A_1'. Будем считать, что объектив *1* имеет зрачок достаточно большого диаметра.

Поместим за точками A' и A'_1 наблюдателя *2*. Рассматривая светящиеся точки, наблюдатель воспримет их как действительные точки A и A_1. Иными словами, если наблюдатель пользуется только зрительным анализатором *, он не сможет определить, находится ли в точках A' и A_1' действительный объект или его оптическое отображение.

Переходя к более сложным представлениям, положим объект — трехмерный предмет *3* (рис. 2). Рассуждая аналогично предыдущему, можно показать, что объектив *1* образует трехмерное оптическое отображение объекта *4*. Если наблюдатель *2* будет рассматривать оптическое отображение объекта, построенное объективом в масштабе, близком к единице, он воспримет его, как и сам объект. Это объясняется тем, что при наблюдении трехмерного оптического отображения объекта действуют в полной совокупности все три основных фактора бинокулярного зрения — аккомодация, конвергенция и диспаратность изображе-

---

* Под *зрительным анализатором* понимается совокупность всех элементов чувствующей системы человека (включая мозг), которые участвуют в восприятии зрительной информации.

ний на сетчатках глаз наблюдателя. Причем под *аккомодацией* понимается изменение оптической силы глаза для получения на сетчатке резкого изображения объектов, расположенных на различных расстояниях от наблюдателя. *Конвергенция* — процесс сведения зрительных осей на фиксируемой точке пространства. *Диспаратность* — ракурсное различие оптических изображений

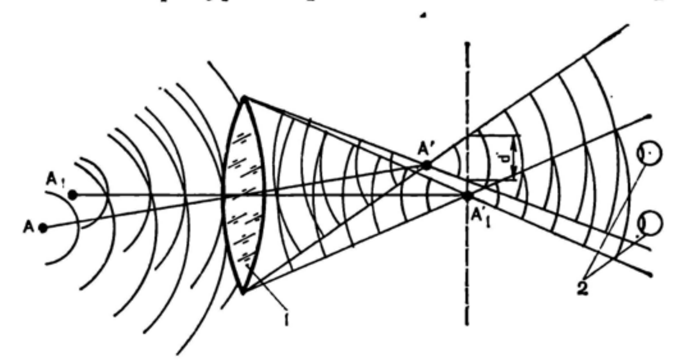


Рис. 1. Оптическое отображение светящихся точек в трехмерном пространстве

на сетчатках правого и левого глаза при рассматривании объектов, расположенных на конечном расстоянии от наблюдателя.

Таким образом, наблюдатель, пользуясь только зрительным анализатором, не сможет отличить оптическое отображение объекта от самого объекта. Назовем такое оптическое отображение объекта в трехмерном пространстве его *оптической моделью*.

Если бы удалось записать на носителе записи оптическую модель в чистом виде или фронт волн излучения, рассеянного объектом, то открылась бы возможность воспроизведения оптического отображения трехмерного пространства. Однако решение данной задачи связано с значительными техническими трудностями. Вследствие этого в настоящее время в фотографии и кинематографии осуществляется запись и воспроизведение не объемных оптических моделей, а плоских оптических изображений объектов съемки. Причем *изображением* называется оптическое отображение на плоскости окружающих нас объектов реального мира. *Запись изображения* — преобразование оптического изображения в пространственное изменение состояния носителя записи с целью его дальнейшего воспроизведения.

Поместим в пространстве изображений плоский экран или светочувствительный материал (показан на рис. 1 и 2 штриховыми линиями). Если в первом случае (рис. 1) плоскость экрана проходит через точку A'_1, то на нем будет резко изображена только точка A_1, точка же A будет изображена нерезко, в виде светового кружка диаметром d. Рассматривая экран, наблюдатель воспримет

изображение точки A_1, как и саму точку A_1, однако он не сможет определить, где находится (перед или за точкой A_1) точка A. Кроме того, и ее изображение не соответствует самой точке A, поскольку на экране мы имеем не точку, а пятно рассеяния.

Аналогично и во втором случае (рис. 2) при расположении экрана в сечении оптической модели только контур объекта бу-

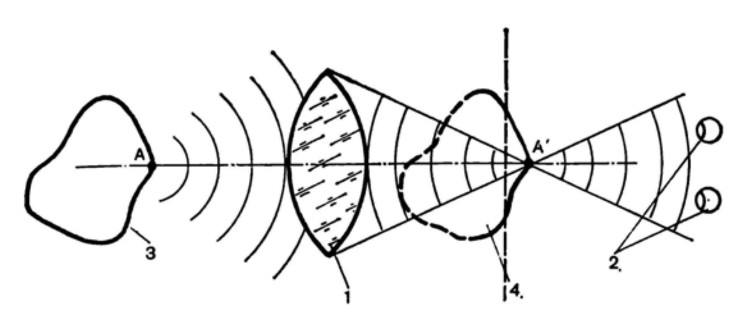


Рис. 2. Оптическое отображение трехмерного объекта

дет изображен резко, все же остальные его участки окажутся нерезкими. Если это изображение записать на светочувствительном материале, то на фотографии будет отсутствовать информация о том, выпуклую или вогнутую форму имеет объект. Только на основе опыта наблюдатель может восстановить, какую же форму имел объект в действительности.

Хотя объектив на плоскости экрана образует резкое изображение только одной, вполне определенной плоскости предметов, наблюдатель воспринимает резкими изображения и объектов, смещенных относительно этой плоскости. Последнее объясняется тем, что некоторую небольшую нерезкость изображения наблюдатель не замечает. Поэтому для заданного фокусного расстояния и относительного отверстия объектива существует вполне определенная глубина резко изображаемого пространства.

Если снимок объекта рассматривать одним глазом, находящимся в месте, где был расположен центр выходного зрачка объектива, наблюдатель воспринимает изображение примерно так же, как и сам объект. Однако полной аналогии не будет, поскольку при воспроизведении изображения трехмерного объекта наблюдатель воспринимает его в плоскости, на которую аккомодирован глаз. Вследствие этого наблюдатель легко может обнаружить, что он рассматривает не объект, а его изображение.

Еще более существенна разница в том случае, когда наблюдатель рассматривает изображение двумя глазами, так как при этом на плоскость изображения глаза не только аккомодированы, но и конвергированы, а на сетчатках глаз образуются практически одинаковые изображения, т. е. диспаратность изображений отсутствует.

Таким образом, система, которая формирует оптическое отображение на плоскости реальных объектов, не воспроизводит в полной мере окружающую нас действительность. Стремление увеличить реалистичность воспроизводимого трехмерного пространства привела к созданию *стереофотографии*, которая основана на том, что записываются два или несколько изображений, сфотографированных из различных точек пространства. При рассматривании таких изображений с помощью специальных приспособлений (стереоскопов, растров и т. п.) каждый глаз наблюдателя видит изображение, полученное из точек пространства, отстоящих друг от друга на величину базиса стереосъемки. В результате на сетчатках глаз образуются диспаратные изображения, аналогичные тем, которые были бы при рассматривании сфотографированного объекта.

Однако при наблюдении стереофотографии глаза аккомодированы на плоские изображения, вследствие чего имеет место расхождение расстояний, на которые глаза аккомодированы и конвергированы. При рассматривании действительных объектов расхождения расстояний аккомодации и конвергенции нет. При рассматривании же стереоскопического изображения такое расхождение всегда имеет место. Если расхождение расстояний аккомодации и конвергенции велико, то у наблюдателя возникают болевые ощущения. При небольшом расхождении этого расстояния возникает утомляемость. Таким образом, и при рассматривании стереофотографии нет полной идентичности наблюдению трехмерной действительности.

Задача оптического отображения окружающей нас действительности в полной мере может быть решена только путем воспроизведения оптических моделей объектов. В настоящее время известны два пути решения этой проблемы.

Первый путь основан на использовании интегральной фотографии, второй — на применении голографических методов.

Интегральная фотография [14]* основана на применении линзово-растровой фотопластинки, состоящей из множества оптически изолированных линзовых элементов. В фокальной плоскости последних нанесена светочувствительная эмульсия. Интегральная фотография воспроизводит оптическую модель объекта, которую можно наблюдать невооруженным глазом из различных точек пространства. Вследствие сложности изготовления высококачественной линзово-растровой фотопластинки интегральная фотография пока еще не получила применения на практике.

Голографические методы [38,84] основаны на записи на фотопластинку стационарной картины стоячих волн, образованных в результате интерференции между когерентными пучками света, идущими от источника и отраженными от объекта, освещенного

* Здесь и далее в квадратных скобках даны ссылки на литературу.

тем же источником света. В качестве источников света используются лазеры.

В настоящее время ведутся работы по созданию как голографического, так и интегрального кинематографа. Вполне возможно, что в будущем кинематографические системы будут воспроизводить оптическое отображение окружающих нас объектов реального мира в трехмерном пространстве.

Несмотря на то, что запись плоского изображения не решает полностью проблемы оптического воспроизведения действительности, ее широко применяют в фотографии и кинематографии.

Задачи курса «Основы записи и воспроизведения изображения» состоят в изучении преобразований изображения, осуществляемых в современных кинематографических системах, в ознакомлении с приемами математического моделирования преобразования изображений и в определении методов оценки их воспроизводящих свойств. Цель изучения этих вопросов — ознакомление студентов с методами научного обоснования требуемых параметров кинематографических систем и киноаппаратуры. Только на основе научного прогнозирования возможно создавать кинотехническое оборудование, находящееся на уровне мировых достижений и превосходящее их. Зная методы анализа преобразования изображений в существующих системах, возможно изыскать пути оптимального решения новых кинематографических систем (стереоскопического, голографического, интегрального и т. п.) и, следовательно, строить долгосрочный прогноз развития новых методов кинотехники в будущем.

Глава I

СИГНАЛ ИЗОБРАЖЕНИЯ И ЕГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В КИНЕМАТОГРАФИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

§ I.1 СИГНАЛ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Кинематографическая система может быть представлена неким «черным ящиком», причем движущееся изображение объекта обязательно образуется лишь на входе и выходе системы. На входе системы изображение строит объектив киносъемочного аппарата в плоскости кинопленки, а на выходе — объектив кинопроектора на экране кинотеатра. Внутри же «черного ящика» создается последовательность промежуточных изображений, которые носят вспомогательный характер и образуются с целью некоторых заданных преобразований. Причем в процессе этих преобразований изображение в принятом нами определении часто исчезает.

Например, в результате киносъемки получают экспонированную кинопленку, которая содержит скрытое фотографическое изображение. Она несет в себе информацию о записанном изображении, но само изображение на кинопленке отсутствует — его не видно. После химико-фотографической обработки экспонированной кинопленки получают негатив, который только условно можно считать изображением объекта. Даже в конечном продукте фильмопроизводства — на фильмокопии — мы имеем не движущееся изображение, а серию последовательных статических кадров. Чтобы получить изображение, воспринимаемое зрителем как движущееся, мы должны зарядить фильмокопию в кинопроектор и осуществить кинопроекцию на экран.

Еще более наглядно исчезновение изображения в системах с записью его кинотелевизионным методом на магнитную ленту. Хотя магнитная лента и несет информацию о движущемся изображении, однако на ней не только движущееся, но и неподвижное изображение (кадры) отсутствует.

Вследствие сказанного при общем анализе преобразований изображения в сквозном кинематографическом процессе удобнее пользоваться термином «сигнал изображения», а не «изображение». Будем считать, что *сигнал изображения* (или просто *сигнал*) несет информацию о записываемом, преобразуемом и воспроизводимом изображении. Изображение является частным случаем сигнала изображения. Об изображении будем говорить, когда оно действительно возникает в процессе преобразования сигнала изображения в кинематографической системе.

Изображение, образуемое киносъемочным объективом на входе

системы, назовем *входным*, а функцию, его описывающую, — *входной*. Обозначим показатель, который определяет сигнал изображения, F, причем F может обозначать освещенность, яркость, коэффициент пропускания киноленты, интенсивность излучения, образующего изображение, и т. п.

Если изображение неподвижно и записывается на черно-белой кинопленке, то оно определяется распределением освещенности в плоскости кинопленки, выражаемым входной функцией $F_{вх}(x, y)$, где x, y — пространственные координаты в плоскости кинопленки.

При записи движущегося изображения освещенность элементарных участков кинопленки с координатами x, y будет зависеть от времени t, поскольку изображение во время записи может изменяться или перемещаться относительно кинопленки. Поэтому движущееся изображение, записываемое на черно-белой кинопленке, определяет функция $F_{вх}(x, y, t)$, которая показывает распределение освещенности по поверхности кинопленки в заданный момент времени.

Задача усложняется, когда необходимо записать цветное изображение. Известно, что свет, рассеянный любым участком объекта, характеризуется оптическим спектральным составом, т. е. распределением интенсивности излучения по длинам λ световых волн. Аналогично и изображения этих участков в плоскости кинопленки также могут быть охарактеризованы оптическим спектральным составом. Оптический спектральный состав отраженного света определяет субъективно воспринимаемый цвет объекта и его изображения. Следовательно, цветное изображение движущегося объекта на входе кинематографической системы описывается функцией уже четырех переменных: $F_{вх}(x, y, t, \lambda)$.

Эта функция показывает распределение интенсивности падающего на кинопленку света по длинам волн для каждого элементарного участка кинопленки в заданный момент времени.

Стереоскопическое изображение выражается еще более сложной функцией. Оно зависит не только от перечисленных аргументов, но и от координаты x_0 середины входного зрачка киносъемочного объектива, т.е. является функцией пяти аргументов. В общем случае входное изображение определяется многомерной функцией.

Изображение, образованное на выходе кинематографической системы, назовем *выходным*, а функцию, его описывающую, — *выходной*. Выходное изображение образуется в плоскости экрана. Вполне понятно, что если записывается цветное движущееся изображение, то на выходе мы также должны иметь цветное движущееся изображение. Следовательно, выходное изображение определяется так же, как и входное, многомерной функцией. В случае воспроизведения цветного движущегося изображения его описывает функция $F_{вых}(x, y, t, \lambda)$.

На входе системы входное изображение или его сигнал подвергается записи, преобразованиям и в дальнейшем воспроизводится в виде выходного изображения. Основной задачей при создании кинематографической системы является построение ее таким образом, чтобы выходное изображение по возможности меньше отличалось от входного. Для этого преобразования и обработка сигнала изображения внутри «черного ящика» (кинематографической системы, должны быть проведены соответствующим образом. Ниже будет показано, что в существующих кинематографических системах выходное изображение значительно отличается от входного.

§ I.2. РАЗВЕРТКА И ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Для записи сигнала изображения его необходимо преобразовать таким образом, чтобы он вызвал пространственное изменение состояния носителя записи. Для этого сигнал изображения необходимо пространственно совместить с носителем. Наиболее легко это осуществить в тех случаях, когда сигнал изображения определяет функция пространственных аргументов. Например, если записывается неподвижное изображение на черно-белом светочувствительном материале, то для изменения его пространственного состояния достаточно образовать с помощью киносъемочного объектива на поверхности светочувствительного материала изображение, т. е. сигнал изображения. Более сложно осуществляется совмещение сигнала изображения с носителем — магнитной лентой — в кинотелевизионных системах. В данном случае в передающей телевизионной камере производится построчное считывание значений освещенности входного изображения и преобразование его в сигнал, определяемый функцией времени. Совмещение этого сигнала с магнитной лентой осуществляется относительным перемещением магнитной ленты и записывающего элемента — магнитной головки. Если исходный сигнал описывается функцией $F(t)$, то во время записи она преобразуется в функцию пространственной координаты x в плоскости магнитной ленты. Преобразование координат происходит в масштабе v, равном скорости относительного перемещения магнитной ленты и магнитной головки, т. е. $x = vt$.

Совмещение записываемого сигнала изображения с носителем записи называется *разверткой* сигнала изображения по поверхности носителя. Развертка сигнала сопровождается преобразованием аргументов функции, его описывающей, в пространственные координаты, принадлежащие носителю записи.

Носитель записи может иметь не более трех измерений, поэтому развертка сигнала, а следовательно, и его запись возможны не более чем по трем аргументам. Обычная кинопленка имеет два измерения, следовательно, на ней может быть записан лишь

двумерный сигнал, например несущий информацию о неподвижном черно-белом изображении. При записи сигнала в видеомагнитофоне на магнитной ленте развертка осуществляется только вдоль одного измерения, поэтому на ней может быть записан лишь одномерный сигнал.

Таким образом, *изображение, или сигнал, несущий информацию о нем, может быть записан на носителе, имеющем не меньшее количество измерений, чем записываемый сигнал*. Это накладывает серьезные ограничения на возможность записи сигналов изображения в кинематографе, поскольку изображение, а следовательно, и сигнал многомерны (имеют не менее трех измерений).

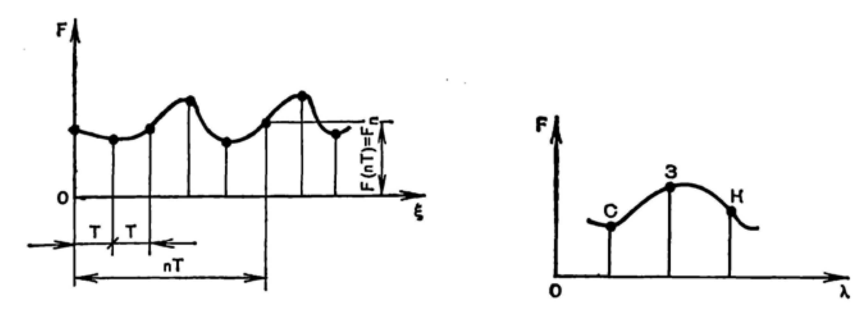


Рис. I.1. Дискретизация непрерывной функции
Рис. I.2. Дискретизация изображения по аргументу λ

Для записи сигнала изображения, являющегося функцией многих переменных, его необходимо предварительно преобразовать в последовательность более простых сигналов, имеющих меньшее количество измерений. Эта задача решается путем дискретизации сигнала изображения.

Дискретизацией называется преобразование непрерывного сигнала или описывающей его функции в последовательность их значений, взятых через определенные интервалы, называемые *шагом дискретизации* [46]. Например, если сигнал описывается функцией $F(\xi)$ (рис. I.1), то, взяв ее значения через интервалы T, мы получим набор значений этой функции: $F(T)$, $F(2T)$, ..., $F(nT)$, ... При этом одномерная функция $F(\xi)$ преобразуется в последовательность чисел: F_1, F_2, ..., F_n, ..., т. е. станет нульмерной функцией. Здесь $F_1=F(T)$, $F_2=F(2T)$, $F_n=F(nT)$, причем F_n — общий член последовательности.

Аналогично, если исходная функция была двумерной, то после ее дискретизации по одной из переменных мы преобразуем ее в последовательность одномерных функций.

Конечно, при дискретизации происходит некоторая потеря информации, содержащейся в исходном сигнале, и возможно по-

явление искажений, вызванных дискретизацией. Однако, правильно выбрав шаг T дискретизации, эту потерю информации и возникающие искажения сводят к допустимым пределам.

Дискретизация лежит в основе построения всех известных кинематографических систем.

В обычном кинематографе для записи четырехмерного сигнала, несущего информацию о цветном движущемся изображении, он подвергается дискретизации по двум аргументам: λ и t, что открывает возможность записи сигнала на двумерной кинопленке. Дискретизация по аргументу λ осуществляется путем записи не всего бесчисленного множества значений функции $F(\lambda)$, описывающей оптический спектр излучения участка объекта (рис. I.2), а только лишь трех его значений: для красного (К), зеленого (З) и синего (С) цвета. Это достигается применением многослойной цветной кинопленки. В результате вместо сигнала, описываемого четырехмерной функцией $F(x, y, t, \lambda)$, образуется последовательность из трех сигналов, определяемых тремя трехмерными функциями:

$$F_{к}(x, y, t), F_{з}(x, y, t) \text{ и } F_{с}(x, y, t).$$

Дискретизация только по трем точкам при записи цветного изображения допустима вследствие того, что зрительный анализатор содержит лишь три цветоощущающих центра: красно-, зелено- и синечувствительных. Поэтому в современном кинематографе передается информация не о спектральном составе излучения объекта, а о его цвете.

Дискретизация по аргументу t производится путем записи сигнала, несущего информацию о движущемся изображении, через интервалы $T_с$, называемые *периодом смены кадров*. В результате получаем серию последовательных кадров. При этом четырехмерная функция, описывающая сигнал, преобразуется в три бесконечные последовательности двумерных функций:

$$F_{к1}(x, y), F_{к2}(x, y), \ldots, F_{кn}(x, y), \ldots$$

$$F_{з1}(x, y), F_{з2}(x, y), \ldots, F_{зn}(x, y), \ldots$$

$$F_{с1}(x, y), F_{с2}(x, y), \ldots, F_{сn}(x, y), \ldots$$

Сигнал, определяемый этими функциями, записывается на двумерной кинопленке, причем развертка сигнала осуществляется по аргументам x и y.

В кинотелевизионных системах развертка записываемого сигнала осуществляется по одной переменной (x), поэтому для записи сигнала, несущего информацию о трехмерном черно-белом движущемся изображении, он должен быть дискретизирован не менее чем по двум аргументам. В существующих системах видеозаписи сигнал подвергается дополнительной дискретизации по

аргументу y (помимо дискретизации по аргументу t). Это осуществляется построчным считыванием значений сигнала с шагом строк (шаг дискретизации), равным Y (рис. I.3).

Выбранные в современном кинематографе аргументы, по которым осуществляется дискретизация сигнала изображения, обусловлены чисто техническими соображениями. Принципиально же дискретизация сигнала изображения может быть осуществлена по любым из аргументов функции, описывающей сигнал. Например, для записи трехмерного сигнала, несущего информацию о движущемся черно-белом изображении, сигнал возможно подвергнуть дискретизации не по аргументу t, а по аргументам x и y, как это делается в растровых аппаратах и в аппаратах с диссекцией изображения [28].

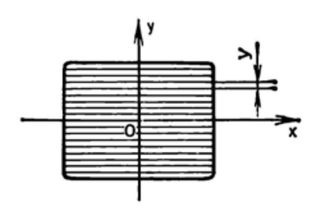


Рис. I.3. Дискретизация изображения по аргументу y

Не только в кинематографе, но и в других системах, предназначенных для записи или передачи изображений (фототелеграфия, телевидение, полиграфия и т. п.), приходится прибегать к дискретизации изображения. Даже в оптической системе, созданной природой, — в зрительном анализаторе человека — изображение, образованное на сетчатке глаза, подвергается дискретизации.

По пространственным координатам x и y в плоскости сетчатки изображение дискретизируется благодаря тому, что сетчатка состоит из множества дискретных колбочек и палочек; по аргументу λ дискретизация осуществляется вследствие того, что колбочки бывают красно-, зелено- и синечувствительные; по аргументу x_0 изображение дискретизируется за счет того, что наблюдатель рассматривает окружающую его действительность из двух дискретных точек пространства. Только вдоль оси t изображение остается непрерывным.

Необходимость дискретизации изображения по четырем аргументам (x, y, λ, x_0) из пяти вызвана тем, что зрительный образ возникает в мозгу человека, с которым сетчатка глаза соединена своеобразной системой связи при помощи нервных волокон, а эта «система связи» одномерна.

Таким образом, аргументы функции, определяющей записываемый сигнал изображения, могут быть разделены на две группы. По аргументам первой группы производится дискретизация сигнала, а по аргументам второй группы — его развертка. Для получения более общих результатов обозначим аргументы первой группы: $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_l$, а второй — $\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_j$. Эти аргументы могут обозначать пространственные координаты x, y, z, время t, длину волны света λ и т. п. Пусть сигнал изображения описывает функция $F(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_l; \vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_j)$. Чтобы сократить запись формул, введем векторное обозначение пере-

менных: $\overline{\xi}$ и $\overline{\vartheta}$*. Тогда сигнал изображения будет описывать функция $F(\overline{\xi}, \overline{\vartheta})$.

Для записи многомерного входного сигнала изображения $F_{вх}(\overline{\xi}, \overline{\vartheta})$ его необходимо предварительно дискретизировать, преобразовав в последовательность сигналов, описываемых функциями $F_{вх1}(\overline{\vartheta})$, $F_{вх2}(\overline{\vartheta})$, ..., $F_{вхn}(\overline{\vartheta})$. Положим, что эта операция осуществляется в специальном устройстве анализирующей дискретизации $Д_а$ (рис. I.4). На выходе этого устройства имеем последовательность функций $F_{вхn}(\overline{\vartheta})$. После дискретизации сигнал нужно развернуть по поверхности носителя, преобразовав его аргументы $\overline{\vartheta}$ в пространственные координаты носителя. Носитель может иметь один (x), два (x, y) или три (x, y, z) измерения. Обозначим их в общем случае вектором $\overline{x}$.

Следовательно, развернутый по носителю сигнал описывают функции $F_{вхn}(\overline{x})$. Будем условно считать, что преобразование аргументов сигнала на входе системы происходит в устройстве анализирующей развертки P_a. Причем все преобразования сигнала, связанные с дискретизацией, осуществляются в устройстве $Д_a$ независимо от процесса развертки в устройстве P_a. В устройстве же P_a происходит лишь «чистое» преобразование аргументов (без преобразования функции). Положим, что все изменения сигнала, а следовательно, и функции $F_{вхn}(\overline{x})$, его описывающей,

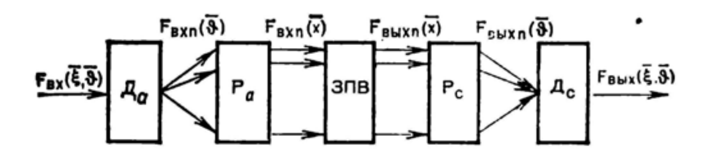


Рис. I.4. Эквивалентная схема кинематографической системы

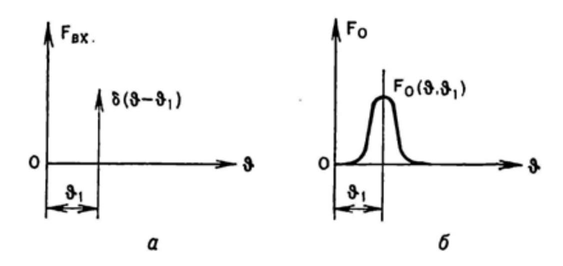


Рис. I.5. Графики входного импульса (*а*) и импульсной реакции (*б*) системы

---

* Векторное обозначение переменных здесь чисто условное, необходимое лишь для сокращения записи формул.

во время *записи, преобразований* и *воспроизведения* выполняются в устройстве *ЗПВ*. На выходе этого преобразующего устройства получаем последовательность новых функций $F_{вых\,n}(\overline{x})$, определяющих выходной сигнал.

В устройстве синтезирующей развертки $P_{\text{с}}$ происходит «чистое» преобразование пространственных координат $\overline{x}$ в исходные координаты $\overline{\vartheta}$. Наконец, в устройстве синтезирующей дискретизации $Д_{\text{с}}$ из последовательности функций $F_{вых\,n}(\overline{\vartheta})$ восстанавливается выходной сигнал $F_{вых}(\overline{\xi}, \overline{\vartheta})$, который определяет выходное изображение, образующееся на экране кинотеатра. Принципиально в процессе преобразований сигнала в устройстве *ЗПВ* может быть изменен масштаб изображения (например, перевод изображения с 35- на 16-мм кинопленку). Однако для упрощения анализа преобразования сигнала считаем, что масштаб изображения в устройстве *ЗПВ* и в сквозном кинематографическом процессе не изменяется.

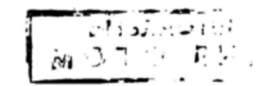
Таким образом, дискретизация и развертка сигнала изображения являются вспомогательными операциями, которые подготавливают сигнал изображения для его записи на носителе. Дискретизация необходима для уменьшения количества аргументов функции, описывающей сигнал, до количества измерений носителя записи. Развертка нужна для пространственного совмещения сигнала с носителем записи. Условно считаем, что данная операция сопровождается лишь преобразованием аргументов функции, определяющей сигнал изображения, не изменяя саму функцию.

§ I.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУНКЦИИ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ СИГНАЛ ИЗОБРАЖЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ

Для представления системы, осуществляющей преобразование сигнала изображения, удобно использовать математический оператор $\varphi[...]$, который показывает, как нужно подействовать на функцию, определяющую входной сигнал, чтобы получить функцию, описывающую выходной сигнал. Положим, что сигнал изображения одномерен и выражается функцией $F(\vartheta)$, где ϑ, как и ранее, может обозначать пространственные координаты x, y, время t, длину волны света λ и т. п. Тогда входная и выходная функции оказываются связанными соотношением

$$F_{вых}(\vartheta) = \varphi\,[F_{вх}(\vartheta)]. \qquad (I.1)$$

Оператор $\varphi[...]$ позволяет по заданному входному сигналу найти сигнал на выходе кинематографической системы. Следовательно, этот математический оператор определяет воспроизводящие свойства кинематографической системы, обусловливающие ее



пригодность удовлетворять определенным требованиям кинозрителей.

Задача нахождения функции $F_{вых}(\vartheta)$ облегчается, когда система линейна, а это означает, что для всех входных функций: $F_{вх1}(\vartheta)$, $F_{вх2}(\vartheta)$, ..., $F_{вхm}(\vartheta)$ — и для всех постоянных множителей: a_1, a_2, ..., a_m — выполняется условие суперпозиции:

$$\varphi[a_1F_{вх1}(\vartheta) + a_2F_{вх2}(\vartheta) + \cdots + a_mF_{вхm}(\vartheta)] = a_1\varphi[F_{вх1}(\vartheta)] + a_2\varphi[F_{вх2}(\vartheta)] + \cdots + a_m\varphi[F_{вхm}(\vartheta)].$$

Или иначе:

$$\varphi\left[\sum_m a_mF_{вхm}(\vartheta)\right] = \sum_m a_m\varphi[F_{вхm}(\vartheta)]. \qquad (I.2)$$

Формула (I.2) показывает, что если система линейна, ее воздействие на сумму входных функций равно сумме воздействий системы на каждую входную функцию в отдельности.

Следовательно, нет необходимости искать по любому заданному входному сигналу выходной. Более удобно разложить входную функцию на элементарные функции, найти отклик системы на них и просуммировать. Такими элементарными функциями, на которые наиболее легко найти отклик системы, являются функции, описывающие отдельные бесконечно короткие импульсы или гармонические составляющие.

Если на вход системы подан бесконечно короткий во времени или малый в пространстве импульс, входной сигнал определяет дельта-функция:

$$F_{вх}(\vartheta) = \delta(\vartheta - \vartheta_1),$$

где ϑ_1 — координата импульса на входе системы (график функции показан на рис. I.5, *а*).

Следовательно, на выходе системы в соответствии с выражением (I.1) будем иметь:

$$F_{вых}(\vartheta, \vartheta_1) = \varphi[\delta(\vartheta - \vartheta_1)].$$

Данная функция описывает *импульсную реакцию* (характеристику) системы, т. е. отклик преобразующей системы на отдельный импульс, поданный на ее вход. Обозначим эту функцию $F_0(\vartheta)$, тогда

$$\varphi[\delta(\vartheta - \vartheta_1)] = F_0(\vartheta, \vartheta_1). \qquad (I.3)$$

(График функции показан на рис. I.5, *б*.)

Если входной сигнал условно разложить на отдельные значения (импульсы), отстоящие друг от друга на очень малых расстояниях θ_1, он может быть определен выражением:

$$F_{вх}(\vartheta) \cong \sum_m F_{вх}(m\theta_1)\,\delta(\vartheta - m\theta_1)\,\theta_1. \qquad (I.4)$$

Считаем, что каждый импульс, т. е. дельта-функция, имеет прямоугольную форму (показано на рис. I.6 штриховой линией) с очень малым основанием, равным θ_1, и высотой $\frac{1}{\theta_1}$. Тогда непрерывная функция $F_{вх}(\vartheta)$ будет заменена «ступенчатой» функ-

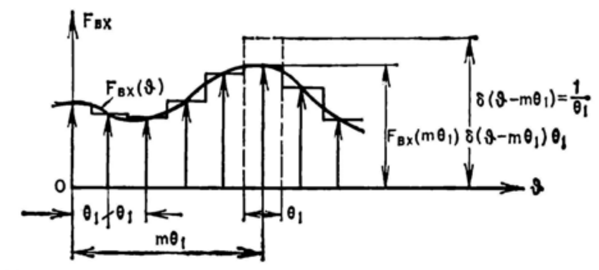


Рис. I.6. Разложение функции на отдельные значения (импульсы)

цией, показанной на рис. I.6 тонкими линиями. Чем меньше интервалы θ_1, тем большую точность даст равенство (I.4).

В соответствии с выражениями (I.1) и (I.4) имеем:

$$F_{вых}(\vartheta) \cong \varphi\left[\sum_m F_{вх}(m\theta_1)\,\delta(\vartheta - m\theta_1)\,\theta_1\right].$$

Рассматривая значения $F_{вх}(m\theta_1)$ как весовые множители a_m входных элементарных функций $\delta(\vartheta - m\theta_1)$, на основе формулы (I.2) можем написать:

$$F_{вых}(\vartheta) \cong \sum_m F_{вх}(m\theta_1)\,\varphi\,[\delta(\vartheta - m\theta_1)]\,\theta_1$$

или, учитывая выражение (I.3), получаем:

$$F_{вых}(\vartheta) \cong \sum_m F_{вх}(m\theta_1)\,F_0(\vartheta,\ m\theta_1)\,\theta_1.$$

Поскольку сигнал изображения непрерывен, расстояния θ_1 между отдельными выборками значений функции, описывающей сигнал, должны быть предельно малыми. Полагая $\theta_1 = d\vartheta_1$, $m\theta_1 = \vartheta_1$ и устремив m к $\pm\infty$, переходим от сумм к интегралу:

$$F_{вых}(\vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{вх}(\vartheta_1)\,F_0(\vartheta,\ \vartheta_1)\,d\vartheta_1, \qquad (I.5)$$

который дает точное значение функции $F_{вых}(\vartheta)$.

Соотношение (I.5) называется *интегралом суперпозиции.*

Определение функции $F_{вых}(\vartheta)$ по формуле (I.5) затруднено тем, что в общем случае функция $F_0(\vartheta)$ зависит от координаты ϑ_1, т. е. может изменяться в зависимости от положения импульса

на входе системы. В значительной степени задача упрощается, когда функциональная форма импульсной реакции не зависит от этой координаты, а функция $F_0(\vartheta, \vartheta_1)$ удовлетворяет равенству

$$F_0(\vartheta, \vartheta_1) = F_0(\vartheta - \vartheta_1), \qquad (I.6)$$

из которого следует, что при перемещении импульса на входе пропорционально перемещается и его отклик на выходе системы,

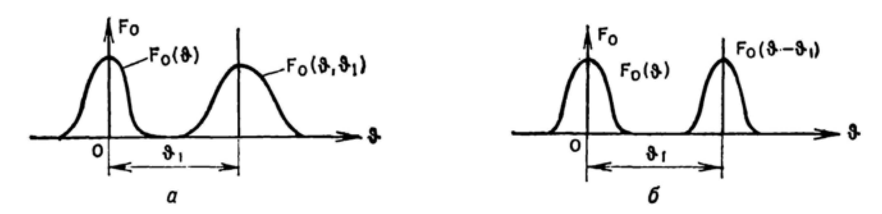


Рис. I.7. Графики импульсных реакций систем, не удовлетворяющих условию инвариантности к сдвигу (*а*) и удовлетворяющих (*б*) этому условию

функциональная же форма импульсной реакции не изменяется. Если импульсная реакция меняет только свое положение по мере сдвига импульса на входе системы, но не изменяет своей функциональной формы, считается, что система, преобразующая сигнал, *инвариантна к сдвигу*.

Например, если линейная система не удовлетворяет условию инвариантности к сдвигу, импульсная реакция будет изменять свою форму по мере перемещения вдоль оси 0ϑ, как это показано на рис. I.7, *а*, и будет неизменна в том случае, когда выполняется условие инвариантности к сдвигу (рис. I.7, *б*).

Подставляя значение $F_0(\vartheta, \vartheta_1)$ из формулы (I.6) в равенство (I.5), имеем:

$$F_{\text{вых}}(\vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\text{вх}}(\vartheta_1) F_0(\vartheta - \vartheta_1)\, d\vartheta_1. \qquad (I.7)$$

Данное выражение является *сверткой* функций $F_{\text{вх}}(\vartheta)$ и $F_0(\vartheta)$, поэтому оно может быть также записано в виде

$$F_{\text{вых}}(\vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta_1) F_{\text{вх}}(\vartheta - \vartheta_1)\, d\vartheta_1, \qquad (I.8)$$

иногда более удобном для вычислений. В компактной форме свертка записывается так: $F_{\text{вых}}(\vartheta) = F_{\text{вх}}(\vartheta) * F_0(\vartheta)$.

Таким образом, *если система линейна и инвариантна к сдвигу, выходной сигнал определяется сверткой функций, описывающих входной сигнал и импульсную реакцию системы.*

В дальнейшем для упрощения анализа будем считать, что импульсная реакция описывается четными функциями.

Функцию, выражающую импульсную реакцию, нормируем наложением условия

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta)\, d\vartheta = 1, \qquad (I.9)$$

приводящего к неизменности постоянной составляющей сигнала при его преобразованиях в кинематографической системе.

Рассмотрим физическую сущность операций свертки согласно формулам (I.7) и (I.8). Положим, что графики функций $F_{вх}(\vartheta)$ и $F_0(\vartheta)$ имеют вид, показанный на рис. I.8, *а*. Процесс свертки по формуле (I.7) иллюстрирует левая, а по формуле (I.8) — правая часть рисунка. При свертке график одной из свертываемых функций должен быть «перевернут», поскольку ее аргумент ϑ_1

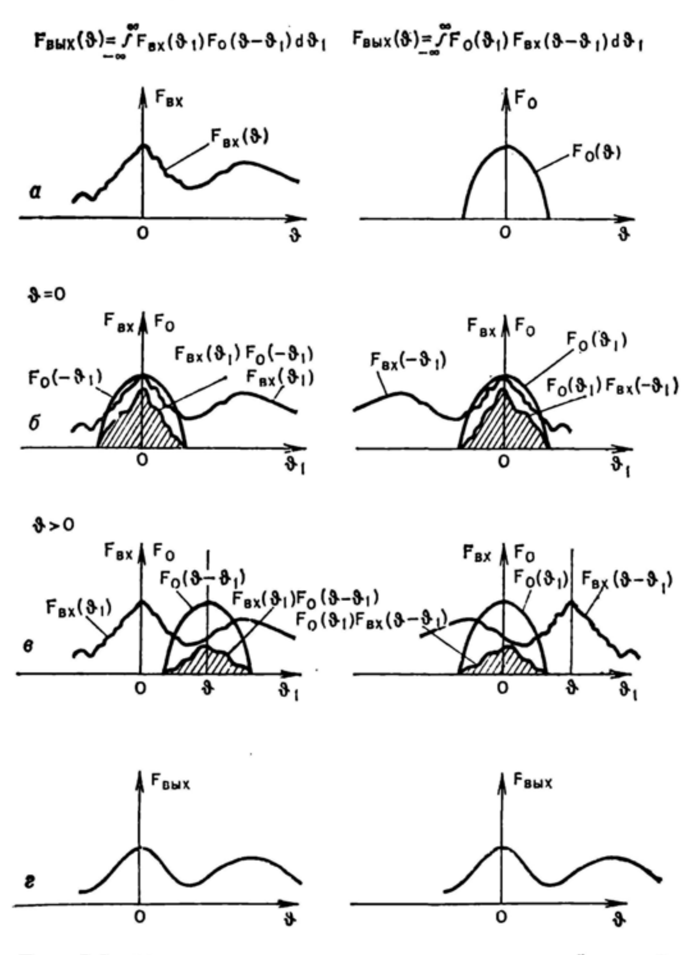


Рис. I.8. Иллюстрация процесса свертки двух функций

отрицательный. Последнее не вносит изменения в график функции $F_0(\vartheta)$, так как считаем, что она четная. При параметре ϑ, равном нулю, свертка $F_{вых}(0)$ определяется площадью участка (заштрихован на рис. I.8, *б*), ограниченного кривой произведения функций $F_{вх}(\vartheta_1)F_0(-\vartheta_1)$ или $F_0(\vartheta_1)F_{вх}(-\vartheta_1)$.

Если параметр ϑ не равен нулю, а, например, больше нуля, то в первом случае функция $F_0(\vartheta - \vartheta_1)$, а во втором — функция $F_{вх}(\vartheta - \vartheta_1)$ «сдвинута» относительно оси $0\vartheta_1$ вправо на величину ϑ. Значение свертки $F_{вых}(\vartheta)$ в данной точке ϑ равно площади участка (см. рис. I.8, *в*), ограниченного кривой произведения функций $F_{вх}(\vartheta_1)F_0(\vartheta - \vartheta_1)$ или $F_0(\vartheta_1)F_{вх}(\vartheta - \vartheta_1)$. Из рисунка следует, что площади заштрихованных участков в обоих случаях равны. Следовательно, и значения свертки, определяемые формулами (I.7) и (I.8), будут одинаковы. Произведя вычисление площадей участков, ограниченных кривыми произведения двух исходных функций для различных значений параметра ϑ, можно построить график свертки $F_{вых}(\vartheta)$ (рис. I.8, *г*).

Из рис. I.8 следует, что оптический сигнал, образованный на выходе преобразующей системы, не является точной копией сигнала, поданного на ее вход. Он имеет несколько сглаженный облик. Такое «сглаживание» выходного сигнала приводит к частичной потере информации, содержавшейся во входном сигнале. Например, при пространственных преобразованиях изображения подобная потеря информации проявляется в уменьшении четкости и резкости воспроизводимого изображения. Воздействие линейной преобразующей системы на сигнал изображения подобно воздействию линейного фильтра нижних частот на электрический сигнал.

Пример. Найти выходной сигнал, если импульсную реакцию системы описывает функция $F_0(\vartheta)$, а на вход системы подан сигнал изображения, изменяющийся по гармоническому закону, т. е.

$$F_{вх}(\vartheta) = 1 + \cos 2\pi W_0\vartheta,$$

где W_0 — частота сигнала.

В соответствии с выражением (I.8) на выходе системы имеем сигнал, определяемый сверткой:

$$F_{вых}(\vartheta) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} [1 + \cos 2\pi W_0(\vartheta - \vartheta_1)]\, F_0(\vartheta_1)\, d\vartheta_1 =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta_1)\, d\vartheta_1 + \cos 2\pi W_0\vartheta \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta_1) \cos 2\pi W_0\vartheta_1 d\vartheta_1 +$$

$$+ \sin 2\pi W_0\vartheta \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta_1) \sin 2\pi W_0\vartheta_1 d\vartheta_1.$$

Первый интеграл в правой части равенства в соответствии с условием нормирования (I.9) равен единице. Второй интеграл в правой части равенства является косинус-преобразованием Фурье функции $F_0(\vartheta)$, а третий — синус-преобразованием Фурье той же функции. Поскольку мы считаем, что функция $F_0(\vartheta)$ четная, ее синус-преобразование Фурье равно нулю, следовательно:

$$F_{\text{вых}}(\vartheta) = 1 + \cos 2\pi W_0\vartheta \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta_1) \cos 2\pi W_0 \vartheta_1 d\vartheta_1.$$

Интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta_1)\cos 2\pi W_0\vartheta_1 d\vartheta_1 = K(W_0)$ для данной системы является величиной постоянной, зависящей только от W_0, тогда:

$$F_{\text{вых}}(\vartheta) = 1 + K(W_0) \cos 2\pi W_0\vartheta.$$

Из полученного выражения следует, что гармонический сигнал, поданный на вход линейной инвариантной к сдвигу системы, после преобразований остался также гармоническим, однако его амплитуда умножена на величину $K(W_0)$. Можно показать, что если импульсная реакция не является четной функцией, то на выходе линейной, инвариантной к сдвигу системы также будет получен гармонический сигнал, который отличается от входного не только по амплитуде, но и по фазе.

Если преобразующая система воспроизводит гармонический сигнал, отличающийся от входного только амплитудой и фазой, считается, что система воспроизводит неискаженный сигнал изображения.

Положим, что система, преобразующая сигнал, состоит из ряда звеньев: A, B, C (рис. I.9). Входной сигнал $F_{\text{вх}}(\vartheta)$ поступает в преобразующее звено A, на выходе которого формируется сигнал $F_1(\vartheta)$. Затем этот сигнал поступает в преобразующее звено B. В результате воздействия звена B возникает новый сигнал: $F_2(\vartheta)$, который подается в звено C. На выходе звена C имеем выходной сигнал $F_{\text{вых}}(\vartheta)$.

Рис. I.9. Эквивалентная схема системы, состоящей из нескольких звеньев

Система может быть линейна и инвариантна к сдвигу тогда, когда все звенья этой системы линейны и инвариантны к сдвигу. Следовательно, формулы (I.7) и (I.8) пригодны для анализа преобразования сигнала изображения, происходящего не только в рассматриваемой системе, но и во всех звеньях, составляющих ее.

Поэтому можем написать:

$$F_1(\vartheta) = F_{вх}(\vartheta) * F_{0A}(\vartheta), \qquad (I.10)$$

$$F_2(\vartheta) = F_1(\vartheta) * F_{0B}(\vartheta), \qquad (I.11)$$

$$F_{вых}(\vartheta) = F_2(\vartheta) * F_{0C}(\vartheta), \qquad (I.12)$$

где $F_{0A}(\vartheta)$, $F_{0B}(\vartheta)$ и $F_{0C}(\vartheta)$ — функции, описывающие импульсные реакции звеньев A, B и C.

Считается, что все функции нормированы путем наложения условия (I.9). Подставив (I.10) в (I.11), а затем (I.11) в (I.12), находим:

$$F_{вых}(\vartheta) = F_{вх}(\vartheta) * F_{0A}(\vartheta) * F_{0B}(\vartheta) * F_{0C}(\vartheta). \qquad (I.13)$$

Сопоставляя (I.13) с (I.7), приходим к результату:

$$F_0(\vartheta) = F_{0A}(\vartheta) * F_{0B}(\vartheta) * F_{0C}(\vartheta), \qquad (I.14)$$

из которого следует, что *импульсная реакция системы равна свертке импульсных реакций звеньев, ее составляющих.*

Таким образом, если система линейна и инвариантна к сдвигу, то ее воспроизводящие свойства полностью определяются импульсной реакцией.

В реальных кинематографических системах устройства записывающие, преобразующие и воспроизводящие сигнал изображения, не всегда удовлетворяют условию линейности и инвариантности к сдвигу. Нелинейность в кинематографическую систему вносит фотографический процесс, а нарушение условия инвариантности к сдвигу — оптические системы. Только в первом приближении можно сделать допущение о том, что кинематографические системы достаточно линейны и инвариантны к сдвигу. Далее будет показано, что такие допущения вполне справедливы и в большинстве случаев не вносят существенных ошибок при анализе преобразования сигнала изображения, а при необходимости искажения, вызванные нелинейностью и нарушением условия инвариантности к сдвигу, могут быть учтены.

§ I.4. ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СИСТЕМЫ

Входной сигнал изображения может быть разложен не только на отдельные импульсы, расположенные на предельно малых интервалах между ними, но и на гармонические составляющие. Если система линейна и инвариантна к сдвигу, то, найдя отклики системы на эти гармонические составляющие и просуммировав их, находят выходной сигнал изображения.

Частотное распределение амплитуд гармоник, составляющих функцию, описывающую сигнал, называется *спектром* функции или сигнала. Если сигнал изображения определяет функция $F(\vartheta)$, то его спектр находят преобразованием Фурье этой функции:

$$S(W) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\vartheta) \exp(-i2\pi W\vartheta)\, d\vartheta,$$

где $S(W)$ — спектр функции, состоящий из частот W. Частоты W гармоник связаны с периодом T колебаний и круговой частотой ω соотношением

$$W = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Обратное преобразование Фурье функции, описывающей спектр сигнала изображения, дает функцию, определяющую исходный сигнал изображения:

$$F(\vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} S(W) \exp(i2\pi W\vartheta)\, dW.$$

Таким образом, функция и ее спектр однозначно связаны между собой преобразованием Фурье. Зная функцию $F_{вх}(\vartheta)$, выражающую входной сигнал, преобразованием Фурье находят спектр входного сигнала:

$$S_{вх}(W) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{вх}(\vartheta) \exp(-i2\pi W\vartheta)\, d\vartheta.$$

Частотное распределение амплитуд гармоник, составляющих входной сигнал изображения, и дает разложение сигнала изображения на гармонические составляющие.

Поскольку выходной сигнал равен свертке функции, описывающей входной сигнал с импульсной реакцией системы, то в соответствии с теоремой свертки спектр $S_{вых}(W)$ выходного сигнала равен произведению преобразования Фурье $S_{вх}(W)$ входной функции $F_{вх}(\vartheta)$ на преобразование Фурье $K(W)$ функции $F_0(\vartheta)$, определяющей импульсную реакцию системы:

$$S_{вых}(W) = S_{вх}(W)\, K(W). \tag{I.15}$$

Функция $K(W)$ описывает *частотную характеристику* системы, которая показывает зависимость амплитуды от частоты гармонического сигнала на выходе системы. Считается, что на вход системы подан гармонический сигнал с амплитудой, равной единице. Частотная характеристика системы определяется выражением:

$$K(W) = \int_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta) \exp(-i2\pi W\vartheta)\, d\vartheta. \tag{I.16}$$

Найдя по формуле (I.15) функцию $S_{вых}(W)$ обратным преобразованием Фурье, находят функцию, описывающую сигнал на выходе системы:

$$F_{\text{вых}}(\vartheta) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} S_{\text{вых}}(W) \exp(i2\pi W\vartheta)\, dW.$$

Частотная характеристика системы является важнейшим показателем линейной инвариантной к сдвигу преобразующей системы, которая, как и импульсная реакция, полностью определяет ее воспроизводящие свойства. Выражение (I.15) показывает, что трудоемкая операция свертки входной функции с импульсной реакцией системы заменяется более простой операцией перемножения спектра входной функции с функцией, выражающей частотную характеристику системы.

Поскольку функция $F_0(\vartheta)$ нормирована наложением условия (I.9), то частотная характеристика для нулевой частоты всегда равна единице. Действительно, из выражений (I.9) и (I.16) следует, что

$$K(0) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta) \exp(-i2\pi 0\vartheta)\, d\vartheta = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_0(\vartheta)\, d\vartheta = 1.$$

Это означает, что система и ее звенья воздействуют только на переменную составляющую сигнала, не влияя на ее постоянную составляющую, поскольку спектр постоянной составляющей содержит гармоники только нулевой частоты.

П р и м е р 1. Найти сигнал на выходе системы с частотной характеристикой $K(W)$, если на вход системы подан гармонически изменяющийся сигнал

$$F_{\text{вх}}(\vartheta) = a_0 + a\cos 2\pi W_0\vartheta,$$

где a_0 — постоянная составляющая сигнала; a — амплитуда переменной составляющей сигнала.

Преобразование Фурье дает спектр входного сигнала

$$S_{\text{вх}}(W) = a_0\delta(W) + \frac{a}{2}\delta(W_0 - |W|).$$

В соответствии с выражением (I.15) имеем спектр выходного сигнала

$$S_{\text{вых}}(W) = a_0 K(W)\delta(W) + \frac{a}{2}K(W)\delta(W_0 - |W|).$$

Обратным преобразованием Фурье находим выходной сигнал:

$$F_{\text{вых}}(\vartheta) = a_0 + aK(W_0)\cos 2\pi W_0\vartheta. \qquad (I.17)$$

Следовательно, амплитуда выходного сигнала умножена на величину $K(W_0)$. Из этого выражения следует, что $K(W)$ показывает значение амплитуды гармонического сигнала на выходе, если на вход был подан сигнал с амплитудой, равной единице.

На основе формулы (I.14) и теоремы свертки имеем:

$$K(W) = K_A(W)\, K_B(W)\, K_C(W), \tag{I.18}$$

где $K_A(W)$, $K_B(W)$ и $K_C(W)$ — частотные характеристики звеньев A, B, C (см. рис. I.9). Они определяются преобразованием Фурье функций $F_{0A}(\vartheta)$, $F_{0B}(\vartheta)$, $F_{0C}(\vartheta)$, описывающих импульсные реакции этих звеньев. Следовательно, *частотная характеристика линейной инвариантной к сдвигу системы равна произведению частотных характеристик звеньев, ее составляющих.*

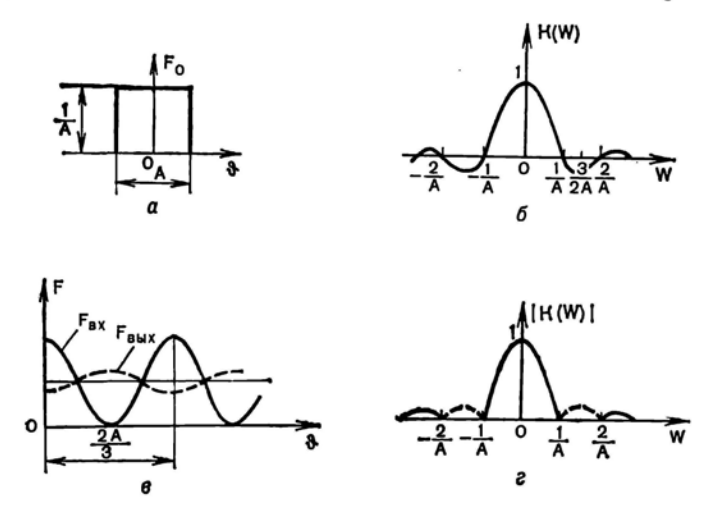


Рис. I.10. Графики импульсной реакции (*а*), частотной характеристики (*б*, *г*) системы и ее отклика (*в*) на гармонический сигнал

Как было условлено выше, импульсную реакцию системы и ее звеньев выражают действительные четные функции. Преобразование Фурье таких функций, т. е. частотные характеристики, определяют тоже четные действительные функции. Иногда частотные характеристики в некоторых областях частот имеют отрицательные значения. Это означает, что на данных частотах происходит сдвиг фаз соответствующих гармоник на π, что вызывает реверсирование контраста воспроизводимой гармоники. В тех местах, где должны быть максимумы функции, имеют место минимумы, и наоборот. Значения же амплитуды гармоники на выходе системы не зависят от знака частотной характеристики. Поскольку нас интересует в первую очередь амплитудная частотная характеристика, то при построении частотных характеристик принимается во внимание модуль функции $K(W)$.

П р и м е р 2. Импульсная реакция системы имеет форму прямоугольника (рис. I.10, *а*) с основанием A и описывается функцией

$$F_0(\vartheta) = \frac{1}{A} \operatorname{rect}\left(\frac{\vartheta}{A}\right),$$

а на вход подан гармонически изменяющийся сигнал

$$F_{вх}(\vartheta) = 1 + \cos 2\pi W_0 \vartheta.$$

Найти выходной сигнал, если $W_0 = \frac{3}{2A}$.

Частотную характеристику системы находим в соответствии с формулой (I.16):

$$K(W) = \frac{1}{A} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}\left(\frac{\vartheta}{A}\right) \exp(-i2\pi W \vartheta)\, d\vartheta = \frac{\sin \pi WA}{\pi WA} = \operatorname{sinc} \pi WA.$$

График частотной характеристики показан на рис. I.10, *б*.

Полагая, что $a_0 = 1$ и $a = 1$, в соответствии с формулой (I.17) имеем:

$$F_{вых}(\vartheta) = 1 + K(W_0) \cos 2\pi W_0 \vartheta =$$

$$= 1 + \operatorname{sinc} \pi \frac{3}{2A} A \cos 2\pi \frac{3}{2A} \vartheta = 1 + \operatorname{sinc} \frac{3\pi}{2} \cos \frac{3\pi}{A} \vartheta.$$

Амплитуда выходного сигнала равна:

$$\operatorname{sinc} \frac{3\pi}{2} = -0{,}212,$$

следовательно:

$$F_{вых}(\vartheta) = 1 - 0{,}212 \cos \frac{3\pi}{A} \vartheta.$$

Таким образом, выходной сигнал сдвинут по фазе на π по сравнению с входным сигналом. Это показано на рис. I.10, *в*, где сплошной линией изображен входной, а штриховой линией — выходной сигнал.

Когда функция $K(W)$ имеет отрицательные значения, график частотной характеристики часто строят, указывая все значения функции только положительными, как показано на рис. I.10, *г*.

§ I.5. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛА ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРИ ЕГО ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Как было показано, в результате анализирующей дискретизации мы преобразуем входную многомерную функцию в последовательность более простых функций с меньшим числом измерений. При синтезирующей же дискретизации происходит обратный процесс — последовательность простых функций преобразуется в одну, более сложную, с бóльшим числом измерений. Положим, что на вход устройства анализирующей дис-

кретизации подан исходный оптический сигнал, описываемый функцией $F_и(\xi)$. Как и ранее, считаем, что переменная ξ может обозначать время t, пространственные координаты x, y, длину волны света λ и т. п.

После анализирующей дискретизации одномерная функция $F_и(\xi)$ превратится в нуль-мерную функцию, которую обозначим $F^*(\xi)$. В результате же синтезирующей дискретизации нульмерная функция $F^*(\xi)$ вновь превращается в одномерную функцию $F_{вых}(\xi)$. Выходная функция $F_{вых}(\xi)$ зависит от той же переменной, как и исходная, но в общем случае ей не равна.

Процесс анализирующей дискретизации, т. е. превращение функции $F_и(\xi)$ в $F^*(\xi)$, может быть выражен с использованием последовательности периодически смещенных дельта-функций:

$$F^*(\xi) = F_и(\xi) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - nT)\, T, \tag{I.19}$$

где T — шаг дискретизации. Последовательность периодически смещенных дельта-функций $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - nT)\, T$ была названа *дискретизирующей функцией* [46], поскольку именно эта функция осуществляет выделение отдельных импульсных значений из функции $F_и(\xi)$. Количество отдельных значений функции, получаемых в результате дискретизации, считаем бесконечно большим.

Преобразование сигнала при его дискретизации удобно проанализировать в спектральном пространстве. Поскольку функция $F^*(\xi)$ равна произведению функции $F_и(\xi)$ на дискретизирующую функцию, то в соответствии с обратной теоремой свертки ее спектр $S^*(W)$ равен свертке преобразования Фурье функции $F_и(\xi)$ и преобразования Фурье дискретизирующей функции. Пусть преобразование Фурье функции $F_и(\xi)$ будет равно $S_и(W)$. Преобразование Фурье $S_\delta(W)$ дискретизирующей функции

$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - nT)T$ равно:

$$S_\delta(W) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(W - \frac{n}{T}\right).$$

Произведя свертку обеих спектральных функций: $S_и(W)$ и $S_\delta(W)$, находим спектр сигнала после его дискретизации:

$$S^*(W) = \int_{-\infty}^{\infty} S_и(W_1) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(W - W_1 - \frac{n}{T}\right) dW_1.$$

Учитывая свойства дельта-функции, после интегрирования получаем:

$$S^*(W) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_и\left(W - \frac{n}{T}\right). \qquad (I.20)$$

Данное выражение показывает, что в результате дискретизации в спектральном пространстве кроме спектра $S_и(W)$ исходного сигнала появилось бесчисленное множество смещенных спектров, которые полностью повторяют спектр исходного сигна-

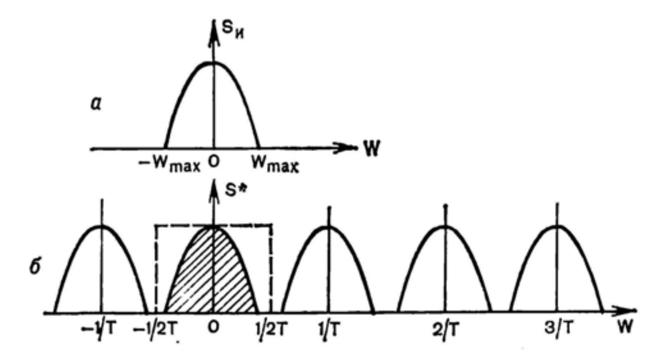


Рис. I.11. Спектр исходного сигнала (*а*) и сигнала, подвергнутого дискретизации (*б*)

ла и отстоят от него на интервалах $\pm 1/T, \pm 2/T, \pm 3/T, \ldots, \pm n/T, \ldots$ Эти смещенные спектры, естественно, искажают дискретизированный сигнал.

Рассмотрим, возможно ли восстановить дискретизированный сигнал без каких-либо искажений.

Пусть спектр исходного сигнала изображения описывает функция $S_и(W)$, график которой показан на рис. I.11, *а*. После дискретизации с шагом, равным T, спектральное пространство будет заполнено смещенными спектрами (рис. I.11, *б*), которых в спектре исходного сигнала не было. Поскольку основной (заштрихованный на рис. I.11, *б*) спектр в точности повторяет спектр исходного сигнала, то для его восстановления после дискретизации достаточно полностью подавить все смещенные спектры. Для этого дискретизированный сигнал необходимо пропустить через идеальный фильтр нижних частот со срезом частотной характеристики на частоте $1/2T$. Считаем, что идеальный фильтр имеет частотную характеристику, равную единице для всех частот от 0 до $\pm 1/2T$ и равную нулю вне этих частот.

На рис. I.11, *б* частотная характеристика идеального фильтра показана штриховой линией. В результате действия идеального фильтра будет восстановлен неискаженный спектр исходного сигнала, а следовательно, и сам сигнал. Однако это возможно только в том случае, когда спектр исходного сигнала ограничен по частоте, а шаг T дискретизации выбран таким образом, чтобы

смещенные спектры были достаточно удалены от основного и не перекрывали его. Для этого шаг T дискретизации не должен превышать $1/2W_{max}$, где W_{max} — максимальная частота, которую содержит спектр исходного сигнала.

На основе изложенного приходим к широко известной *теореме Котельникова*: «Любую функцию $F_и(\xi)$, состоящую из частот

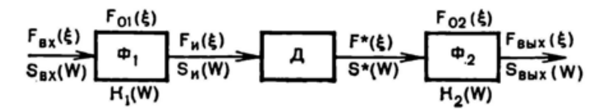


Рис. I.12. Эквивалентная схема системы, осуществляющей дискретизацию сигнала

от 0 до W_{max}, можно непрерывно передавать с любой точностью при помощи чисел, следующих друг за другом через интервалы $T = 1/2W_{max}$». Непременным условием точного восстановления исходной функции является применение на выходе передающей системы идеального фильтра нижних частот со срезом частотной характеристики на частоте $W_{max} = 1/2\ T$.

Таким образом, дискретизация не вызывает искажений сигнала, если исходный сигнал имеет ограниченный по частоте спектр, т. е. пропущен через специальный фильтр, а на выходе системы осуществлена эффективная фильтрация нижних частот.

В действительности дискретизация и фильтрация нижних частот происходят в кинематографической системе одновременно. Однако для облегчения анализа преобразований сигнала эти две операции удобно условно разделить. Входной сигнал $F_{вх}(\xi)$ вначале подается на вход идеального фильтра Φ_1 (рис. I.12), который полностью подавляет все частоты, большие W_{max}, поэтому в соответствии с теоремой Котельникова исходный сигнал $F_и(\xi)$ может быть дискретизирован с шагом дискретизации, равным $T = 1/2W_{max}$. Будем считать, что дискретизация, т. е. выделение из функции $F_и(\xi)$ ее отдельных значений, осуществляется отдельно от фильтрации в самостоятельном устройстве *Д*, называемом *дискретизатором* [46]. Здесь из непрерывного сигнала изображения выделяются дискретные значения, описываемые нуль-мерной функцией $F^*(\xi)$. Эти значения и записываются на носителе. Для воспроизведения неискаженного сигнала изображения служит идеальный фильтр Φ_2 со срезом частотной характеристики на частоте W_{max}. В результате действия фильтра получаем на выходе системы сигнал $F_{вых}(\xi)$, который согласно теореме Котельникова не отличается от исходного сигнала $F_и(\xi)$.

Следовательно, система $\Phi_1 — Д — \Phi_2$ представляет собой объединенное устройство анализирующей и синтезирующей дискретизации, показанное на рис. I.4 раздельным.

Если фильтры Φ_1 и Φ_2 идеальны, то их частотные характеристики описываются выражением:

$$K_1(W) = K_2(W) = \operatorname{rect}(WT). \qquad (I.21)$$

Как было показано, действие фильтра на сигнал определяется сверткой импульсной реакции фильтра с функцией, описывающей сигнал. Импульсные реакции $F_{01}(\xi)$ и $F_{02}(\xi)$ фильтров Φ_1 и Φ_2 находятся обратным преобразованием Фурье функции (I.21), описывающей частотную характеристику фильтров:

$$F_{01}(\xi) = F_{02}(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}(WT) \exp(i2\pi W\xi)\, dW = \frac{1}{T} \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi}{T}.$$

Следовательно, исходный сигнал равен свертке:

$$F_{\text{и}}(\xi) = \frac{1}{T} \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{\text{вх}}(\xi_1) \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi - \xi_1}{T}\, d\xi_1.$$

Спектр этой функции уже не содержит частот, бо́льших $1/2T$.

Процесс дискретизации в устройстве $Д$ определяет равенство (I.19).

На выходе системы применен фильтр Φ_2, аналогичный фильтру Φ_1, поэтому его действие на сигнал $F^*(\xi)$ находят сверткой:

$$F_{\text{вых}}(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{\text{и}}(\xi_1) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi_1 - nT)\, T \frac{1}{T} \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi - \xi_1}{T}\, d\xi_1.$$

После интегрирования имеем:

$$F_{\text{вых}}(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_{\text{и}}(nT) \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi - nT}{T}. \qquad (I.22)$$

В соответствии с теоремой Котельникова, если функция $F_{\text{и}}(\xi)$ не содержит частот, бо́льших $1/2T$, а на выходе системы применен идеальный фильтр нижних частот, то $F_{\text{вых}}(\xi) = F_{\text{и}}(\xi)$. Приняв $F_{\text{вых}}(\xi) = F_{\text{и}}(\xi) = F(\xi)$, с учетом равенства (I.22) можем написать:

$$F(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(nT) \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi - nT}{T}. \qquad (I.23)$$

Данное выражение называется *рядом Котельникова* и показывает, что если какая-либо функция $F(\xi)$ не содержит частот, бо́льших $1/2T$, то она может быть представлена суммой ряда (I.23).

Рассмотрим физический смысл теоремы Котельникова.

Согласно этой теореме сигнал может быть восстановлен по его отдельным значениям только в том случае, когда спектр сигнала ограничен по частоте. Это означает, что в сигнале отсутствуют излишне резкие изменения. Последнее и обусловливает возможность по отдельным выборочным значениям функции, описывающей сигнал, провести только одну, вполне определенную кривую. Этот процесс выполняет идеальный фильтр Φ_2 на выходе системы.

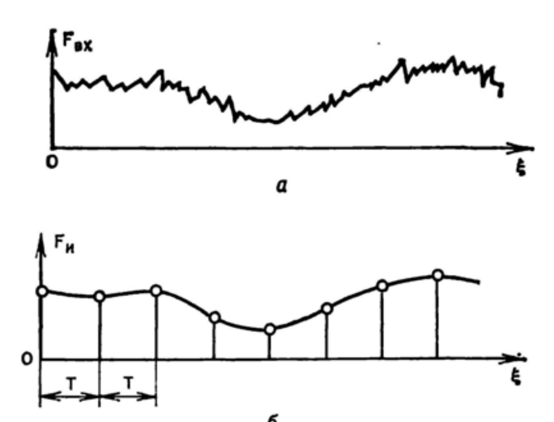
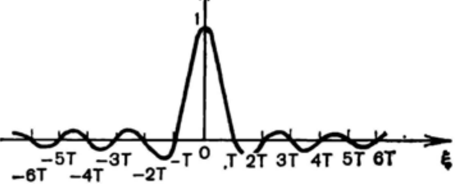


Рис. I.13. Иллюстрация воздействия фильтра Φ_1 на входной сигнал



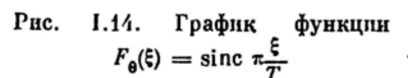


Рис. I.14. График функции $F_\theta(\xi) = \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi}{T}$

Например, пусть на вход системы подается сигнал $F_{вх}(\xi)$, спектр которого не ограничен по частоте (график сигнала показан на рис. I.13, *а*). После воздействия на сигнал $F_{вх}(\xi)$ фильтра Φ_1 получаем новую функцию: $F_и(\xi)$. Спектр этой функции уже не содержит частот, бóльших $1/2T$, поэтому ее график (рис. I.13, *б*) имеет значительно более сглаженный облик. Такая функция может быть дискретизирована с шагом дискретизации, равным T. После дискретизации в устройстве $Д$ получаем отдельные значения функции $F_и(\xi)$, описываемые пуль-мерной функцией $F^*(\xi)$ (показаны кружками на рис. I.13, *б*).

Рассмотрим более подробно восстановление исходной функции $F_и(\xi)$ в идеальном фильтре Φ_2. На рис. I.14 приведен график импульсной реакции идеального фильтра, описываемой функцией $F_0(\xi) = \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi}{T}$ (постоянный множитель $1/T$ опущен).

Исследуем эту функцию. Она имеет главный максимум $F_0 = 1$ при $\xi = 0$ и значения, равные нулю при ξ, равном $\pm T$, $\pm 2T$, $\pm 3T$, ..., $\pm nT$, ... Эти значения разделены вторичными максимальными и минимальными значениями функции, положение которых можно найти, приравняв первую производную функции $F_0(\xi)$ нулю, т. е.

$$\frac{d}{d\xi}\left(\operatorname{sinc}\pi\frac{\xi}{T}\right) = \frac{\pi\frac{\xi}{T}\cos\pi\frac{\xi}{T} - \sin\pi\frac{\xi}{T}}{\pi\frac{\xi^2}{T}} = 0.$$

Отсюда следует, что положение вторичных максимумов и минимумов определяется корнями уравнения:

$$\operatorname{tg}\pi\frac{\xi}{T} - \pi\frac{\xi}{T} = 0,$$

которые сведены в табл. I.1.

Таблица I.1

Максимальные и минимальные значения функции

$F_0(\xi) = \operatorname{sinc}\pi\frac{\xi}{T}$

ξ	$F_0(\xi)$	Значения
0	1,000	max
1,43T	−0,217	min
2,46T	0,128	max
3,47T	−0,091	min

С увеличением ξ функция $F_0(\xi)$ осциллирует с постепенным уменьшением амплитуды. Наибольшее отрицательное значение (−0,217) функция $F_0(\xi)$ имеет при $\xi = 1{,}43T$. На рис. I.15 показан процесс восстановления функции $F_и(\xi)$ по дискретным значениям, поданным на вход фильтра Φ_2. Считается, что отклик фильтра Φ_2 на каждый единичный импульс, поданный на его вход, определяется выражением:

$$F_{0n}(\xi) = F_и(nT)\,F_0(\xi - nT) = F_и(nT)\operatorname{sinc}\pi\frac{\xi - nT}{T}, \quad (I.24)$$

а все бесчисленные значения откликов на поданные импульсы суммируются. Поскольку значения функции $F_0(\xi)$ во всех точках с координатами $\xi = nT \pm kT$ (k — целые числа, отличные от нуля) равны нулю и только в точке с координатой $\xi = nT$ равны значению функции $F_и(\xi)$ (так как $F_0(0) = 1$), то в данных

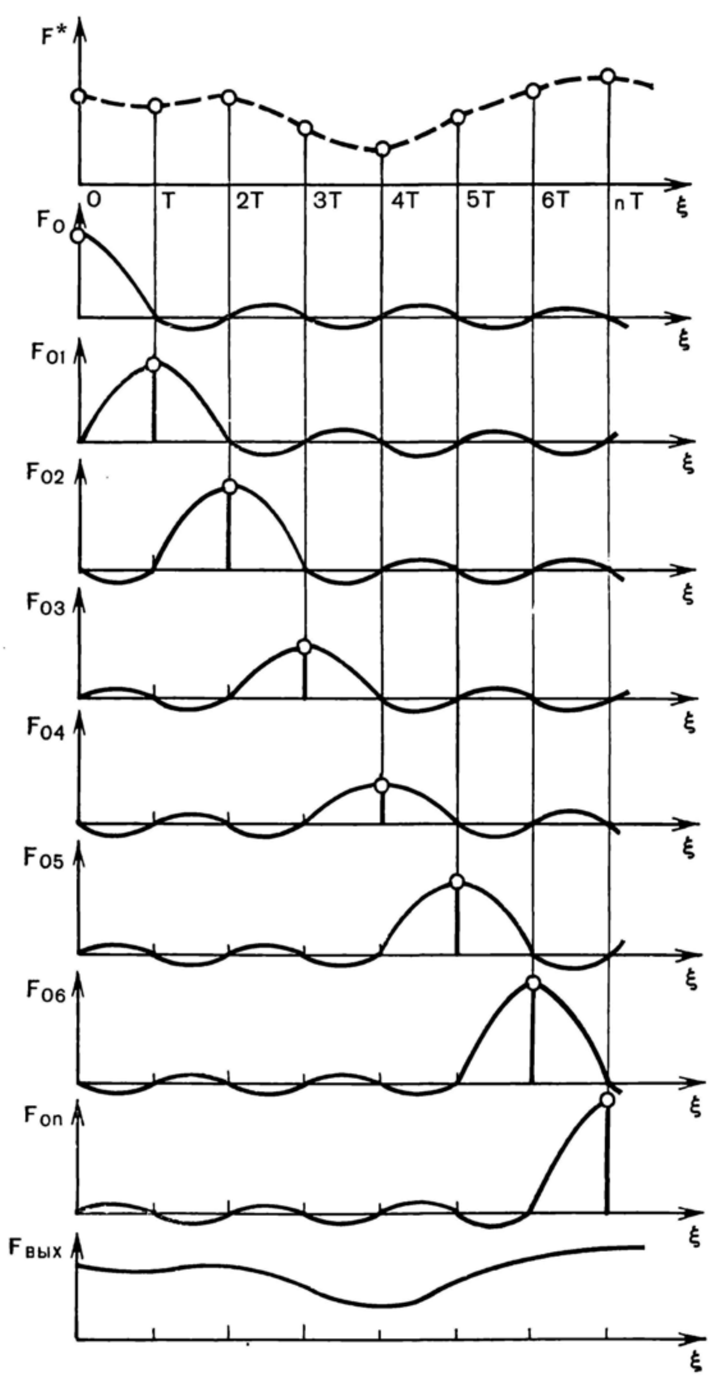


Рис. I.15. Иллюстрация процесса восстановления исходного сигнала в идеальном фильтре Φ_2

точках будут восстановлены точные значения функции $F_{и}(\xi)$. Что же касается промежуточных значений функции $F_{и}(\xi)$, которые, казалось бы, утеряны в процессе дискретизации, то они будут получены путем суммирования значений соседних импульсных реакций:

$$F_{вых}(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_{и}(nT) \operatorname{sinc} \pi \frac{\xi - nT}{T}. \qquad (I.25)$$

Так как функция $F_{и}(\xi)$ не содержит частот, бо́льших $1/2T$, то из сопоставления выражений (I.23) и (I.25) имеем:

$$F_{вых}(\xi) = F_{и}(\xi),$$

т. е. в результате суммирования согласно выражению (I.25) получаем исходную функцию $F_{и}(\xi)$.

Вследствие того, что импульсная реакция идеального фильтра должна иметь отрицательные значения, то в существующих кинематографических системах он не реализуем, так как освещенность, яркость, коэффициент пропускания, определяющие сигнал изображения, не могут быть отрицательными. В тех случаях, когда на входе или выходе системы необходимо иметь идеальный фильтр нижних частот, его действие можно лишь имитировать, применяя особые приемы, о которых рассказано дальше.

Покажем, что восстановление неискаженного сигнала возможно при использовании на входе и выходе системы не только идеальных, но и реальных фильтров нижних частот, которые, однако, должны полностью подавлять частоты, превышающие $1/2T$. Пусть оба фильтра: Φ_1 и Φ_2 — имеют частотные характеристики треугольной формы (рис. I.16), описываемые выражением:

$$K_1(W) = K_2(W) = (1 - 2T\,|\,W\,|\,) \operatorname{rect}(TW). \qquad (I.26)$$

Обратным преобразованием Фурье функций $K_1(W)$ и $K_2(W)$ находим импульсные реакции фильтров Φ_1 и Φ_2 (рис. I.17):

$$F_{01}(\xi) = F_{02}(\xi) = \frac{1}{2T} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi}{2T}. \qquad (I.27)$$

Поскольку импульсная реакция фильтров в данном случае не имеет отрицательных значений, то фильтры с треугольной формой частотной характеристики в оптических и фотографических системах вполне реализуемы для фильтрации пространственных частот (в частности, аналогичную частотную характеристику имеет объектив с прямоугольным зрачком).

Положим, что на вход системы подан сигнал, спектр которого описывает функция $S_{вх}(W)$. После фильтра Φ_1 будем иметь спектр исходного сигнала:

$$S_{и}(W) = S_{вх}(W)\,K_1(W).$$

Спектр $S_{и}(W)$ уже не содержит частот, бо́льших $1/2T$, поэтому смещенные спектры, которые возникнут в результате дискретизации, не будут его перекрывать. Если на выходе системы фильтр Φ_2 полностью подавит все смещенные спектры (т. е. частоты, боль-

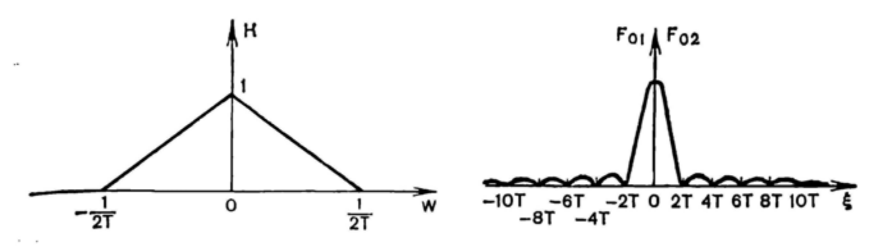


Рис. I.16. Частотная характеристика реального фильтра нижних частот

Рис. I.17. Импульсная реакция реального фильтра нижних частот

шие $1/2T$), то в выходном сигнале не должно быть искажений, а его спектр будет равен:

$$S_{вых}(W) = S_{и}(W)\, K_2(W)$$

или

$$S_{вых}(W) = S_{вх}(W)\, K_1(W)\, K_2(W).$$

В соответствии с обратной теоремой свертки на основе приведенного выражения выходная функция равна:

$$F_{вых}(\xi) = F_{вх}(\xi) * F_{01}(\xi) * F_{02}(\xi).$$

Таким образом, если на входе и выходе системы с дискретизацией сигнала используются фильтры Φ_1 и Φ_2, полностью подавляющие частоты, бо́льшие $1/2T$, то преобразования сигнала осуществляются так же, как в обычной линейной инвариантной к сдвигу системе.

Пример. На вход системы подан гармонически изменяющийся сигнал, переменная составляющая которого определяется выражением:

$$F_{вх}(\xi) = \cos 2\pi W\xi, \text{ причем } W < \frac{1}{2T}. \qquad (I.28)$$

Частотные характеристики и импульсные реакции фильтров Φ_1 и Φ_2 определяются равенствами (I.26) и (I.27). Найти выходной сигнал.

Действие фильтра Φ_1 на входе системы определяет свертка функции $F_{вх}(\xi)$ с импульсной реакцией фильтра $F_{01}(\xi)$:

$$F_{и}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2T} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi_1}{2T} \cos 2\pi W(\xi - \xi_1)\, d\xi_1 =$$

$$= \frac{1}{2T} \cos 2\pi W\xi \int\limits_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi_1}{2T} \cos 2\pi W\xi_1 d\xi_1 +$$

$$+ \frac{1}{2T} \sin 2\pi W\xi \int\limits_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi_1}{2T} \sin 2\pi W\xi_1 d\xi_1.$$

Первый интеграл в правой части равенства является косинус преобразованием Фурье функции $\operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi}{2T}$, а второй — синус преобразованием Фурье той же функции. Поскольку функция $\operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi}{2T}$ четная, то ее синус преобразование Фурье равно нулю. Косинус же преобразование Фурье функции $\operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi}{2T}$ равно $2T(1 - 2T\,|W|)\operatorname{rect}(TW)$, следовательно:

$$F_{\text{и}}(\xi) = (1 - 2T\,|\,W\,|\,)\operatorname{rect}(TW) \cos 2\pi W\xi. \qquad (I.29)$$

Учитывая равенство (I.26), имеем:

$$F_{\text{и}}(\xi) = K_1(W) \cos 2\pi W\xi. \qquad (I.30)$$

В результате дискретизации, осуществляемой в устройстве *Д*, получаем сигнал, который согласно формуле (I.19) будет определен выражением:

$$F^*(\xi) = K_1(W) \cos 2\pi W\xi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - nT)\,T. \qquad (I.31)$$

Действие фильтра Φ_2 на выходе системы описывается сверткой функций $F_{02}(\xi)$ и $F^*(\xi)$, т. е.

$$F_{\text{вых}}(\xi) = \frac{K_1(W)}{2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi_1}{2T} \cos 2\pi W(\xi - \xi_1) \times$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - \xi_1 - nT)\,d\xi_1. \qquad (I.32)$$

Учитывая свойства дельта-функции, после интегрирования получим:

$$F_{\text{вых}}(\xi) = \frac{1}{2} K_1(W) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi - nT}{2T} \cos 2\pi WnT. \qquad (I.33)$$

Для функций, спектр которых не содержит частот, бо́льших $1/2T$, имеет место равенство [74]:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(nT) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi_1)\, d\xi_1. \qquad (I.34)$$

На основе выражений (I.33) и (I.34) находим:

$$F_{\text{вых}}(\xi) = \frac{1}{2T} K_1(W) \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi - \xi_1}{2T} \cos 2\pi W \xi_1 d\xi_1. \qquad (I.35)$$

Поскольку данное выражение является сверткой двух функций, то мы вправе его переписать так:

$$F_{\text{вых}}(\xi) = \frac{1}{2T} K_1(W) \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi_1}{2T} \cos 2\pi W(\xi - \xi_1)\, d\xi_1 =$$

$$= \frac{1}{2T} K_1(W) \cos 2\pi W\xi \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi_1}{2T} \cos 2\pi W \xi_1 d\xi_1 +$$

$$+ \frac{1}{2T} K_1(W) \sin 2\pi W\xi \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi_1}{2T} \sin 2\pi W \xi_1 d\xi_1.$$

Оба интеграла в правой части равенства являются, как и ранее, косинус и синус преобразованиями Фурье функции $\operatorname{sinc}^2 \pi \frac{\xi}{2T}$, поэтому

$$F_{\text{вых}}(\xi) = K_1(W)(1 - 2T\,|W|) \operatorname{rect}(TW) \cos 2\pi W\xi =$$
$$= K_1(W)\, K_2(W) \cos 2\pi W\xi.$$

Следовательно, на выходе системы получен неискаженный гармонический сигнал, амплитуда которого уменьшена на величину произведения частотных характеристик фильтров на входе и выходе системы.

Таким образом, и в реальных кинематографических системах принципиально возможно воспроизвести исходный сигнал изображения без каких-либо искажений, вызванных его дискретизацией. В приведенном примере рассмотрена фильтрация пространственных частот, которую может обеспечить любой киносъемочный или проекционный объектив. Полное подавление временны́х частот, бо́льших примерно 50 Гц, обеспечивает, в частности, зрительный анализатор человека. Однако в реальных кинематографических системах, как правило, фильтрация нижних частот в спектре дискретизируемого сигнала производится недостаточно эффективно. Поэтому в воспроизводимом изображении следует ожидать появления искажений, вызванных его дискретизацией.

§ I.6. ИСКАЖЕНИЯ СИГНАЛА ИЗОБРАЖЕНИЯ, ВЫЗВАННЫЕ ЕГО ДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ

Исследования искажений, вызванных дискретизацией сигнала изображения в реальных системах, удобно провести в спектральном пространстве. Из выражения (I.20) следует, что в результате дискретизации сигнала в спектральном пространстве возникли смещенные спектры, отстоящие друг от друга на интервалах $1/T$ (см. рис. I.11, *б*). Выше было показано, что для неискаженного воспроизведения исходного сигнала его спектр не должен содержать частот, бóльших $1/2T$, а на выходе необходимо применить фильтр нижних частот, полностью подавляющий частóты, бóльшие $1/2T$.

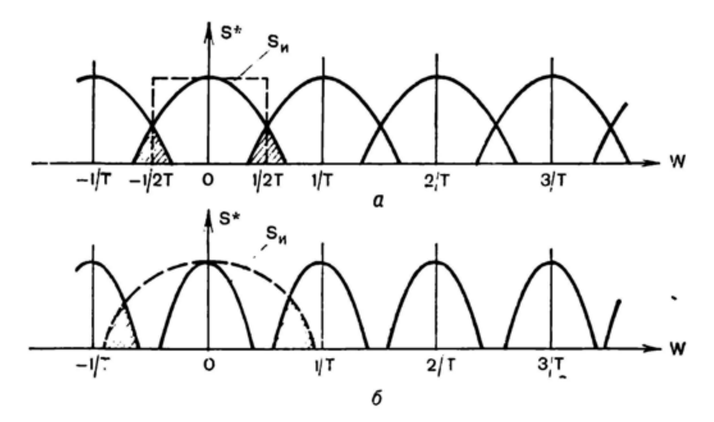


Рис. I.18. Спектры дискретизированного сигнала и частотные характеристики (штриховые линии) фильтра Φ_2

В реальных системах обычно спектр $S_и(W)$ исходного сигнала содержит частоты, бóльшие $1/2T$ (рис. I.18, *а*). В этом случае смещенные спектры, имеющие такую же форму, как и исходный, частично его перекрывают. В результате в пределах спектра исходного сигнала появляются ложные составляющие, заштрихованные на рис. I.18, *а*, которые не могут быть устранены даже в том случае, когда на выходе системы применен идеальный фильтр Φ_2 (его частотная характеристика показана на рис. I.18, *а* штриховой линией).

Таким образом, если спектр исходного сигнала содержит частоты, бóльшие $1/2T$, то в выходном сигнале появляются искажения, вызванные наличием ложных низкочастотных составляющих (с частотой, меньшей $1/2T$). Эти составляющие вызывают искажения, которые называются *искажениями первого рода*. Наиболее характерным проявлением искажений первого рода при дискретизации по аргументу t (времени) будет *стробоскопи-*

ческий эффект, а по пространственным координатам — *муар-эффект*.

Рассмотрим теперь случай, когда спектр исходного сигнала не содержит частот, бо́льших $1/2T$, но на выходе системы применен реальный фильтр нижних частот, пропускающий частоты, бо́льшие $1/2T$ (его частотная характеристика показана на рис. I.18, *б* штриховой линией). Смещенные спектры частично оказываются в пределах частотной характеристики (заштриховано на рис. I.18, *б*), поэтому они будут иметь место в спектре выходного сигнала. Следовательно, если фильтр на выходе системы не обеспечивает полного подавления частот, бо́льших $1/2T$, то выходной сигнал будет иметь искажения, вызванные наличием в его спектре ложных высокочастотных составляющих (с частотой, большей $1/2T$). Эти составляющие вызывают искажения, которые называются *искажениями второго рода*. Наиболее характерным проявлением искажений второго рода является дискретная структура выходного сигнала.

Пример 1. На вход системы подан гармонически изменяющийся сигнал, описываемый функцией

$$F_{вх}(\xi) = 1 + \cos 2\pi W_0 \xi.$$

Частота W_0 сигнала превышает $1/2T$, а фильтр Φ_1 не обеспечивает полного подавления этого сигнала. Найти сигнал на выходе системы.

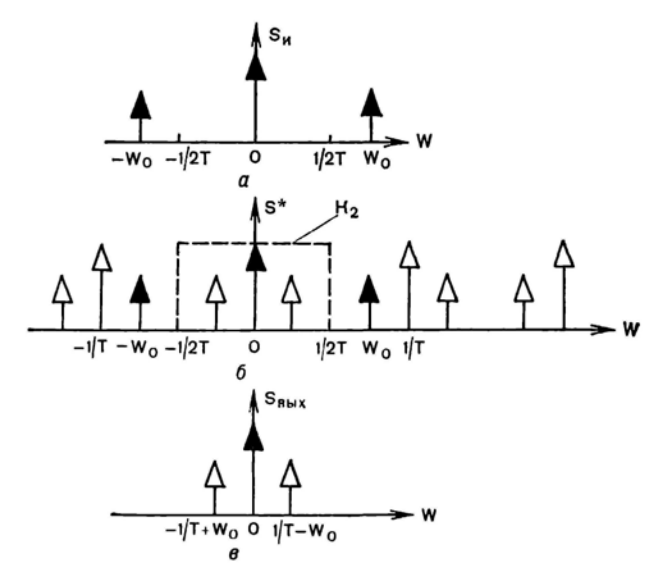


Рис. I.19. Спектры исходного (*а*), дискретизированного (*б*) и выходного (*в*) гармонического сигнала с частотой, превышающей $1/2T$

Исходный сигнал будет равен:

$$F_и(\xi) = 1 + K_1(W_0)\cos 2\pi W_0\xi, \quad W_0 > 1/2T,$$

а его спектр:

$$S_и(W) = \delta(W) + \frac{K_1(W_0)}{2}\delta(W_0 - |W|).$$

Спектр исходного сигнала показан на рис. I.19, *а* и I.19, *б* сплошными стрелками. После дискретизации в устройстве *Д* (см. рис. I.12) в спектральном пространстве возникнут точно такие же смещенные спектры, которые изображены на рис. I.19, *б* контурными стрелками. Если на выходе системы применен идеальный фильтр нижних частот, частотная характеристика которого показана на рис. I.19, *б* штриховой линией, то в пределах частотной характеристики окажется пара составляющих смещенных спектров. Следовательно, спектр выходного сигнала будет иметь вид, показанный на рис. I.19, *в*. Его описывает функция

$$S_{вых}(W) = \delta(W) + \frac{K_1(W_0)}{2}\delta\left(\frac{1}{T} - W_0 - |W|\right).$$

Обратное преобразование Фурье функции $S_{вых}(W)$ даст функцию, определяющую выходной сигнал:

$$F_{вых}(\xi) = 1 + K_1(W_0)\cos 2\pi\left(\frac{1}{T} - W_0\right)\xi.$$

Из данного выражения следует, что на выходе системы получен гармонический сигнал, который, однако, отличается от исходного сигнала своей частотой. Это и является проявлением искажений первого рода.

Пример 2. Частота входного гармонического сигнала W_0 не превышает $1/2T$, а на входе системы применен идеальный фильтр нижних частот, т. е.

$$F_и(\xi) = 1 + \cos 2\pi W_0\xi, \quad W_0 < 1/2\ T.$$

Фильтр Φ_2 не подавляет полностью частот, бóльших $1/2T$. Найти сигнал на выходе системы.

Спектр исходного сигнала показан на рис. I.20, *а* и I.20, *б* сплошными стрелками и равен:

$$S_и(W) = \delta(W) + \frac{1}{2}\delta(W_0 - |W|).$$

После дискретизации возникают смещенные спектры, изображенные на рис. I.20, *б* контурными стрелками. Положим, что фильтр Φ_2 имеет частотную характеристику, показанную на

рис. I.20, *б* штриховой линией. В пределах частотной характеристики оказался не только спектр исходного сигнала, но и пара составляющих, принадлежащих смещенным спектрам. Поэтому спектр выходного сигнала, который изображен на рис. I.20, *в*, опишет функция

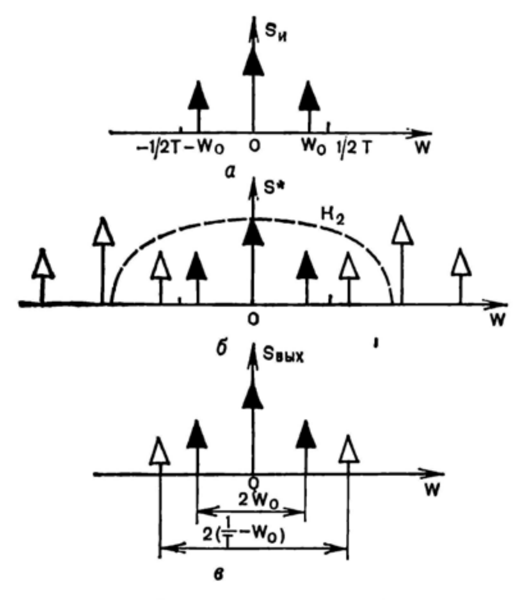


Рис. I.20. Спектры исходного (*а*), дискретизированного (*б*) и выходного (*в*) гармонического сигнала с частотой, не превышающей $1/2T$

$$S_{\text{вых}}(W) = \delta(W) + K_2(W)\frac{1}{2}\delta(W_0 - |W|) + $$
$$+ K_2(W)\frac{1}{2}\delta\left(\frac{1}{T} - W_0 - |W|\right).$$

Обратное преобразование Фурье этой функции дает значение выходного сигнала:

$$F_{\text{вых}}(\xi) = 1 + K_2(W_0)\cos 2\pi W_0\xi +$$
$$+ K_2\left(\frac{1}{T} - W_0\right)\cos 2\pi\left(\frac{1}{T} - W_0\right)\xi.$$

Полученное выражение показывает, что выходной сигнал кроме гармоники, поданной на вход системы, содержит ложную высокочастотную составляющую. Это является проявлением искажений второго рода.

Если спектр исходного сигнала содержит частоты, бо́льшие $1/2T$, а фильтр Φ_2 пропускает частоты, бо́льшие $1/2T$, в выходном сигнале имеют место искажения как первого, так и второго рода.

Определим спектр выходного сигнала в общем случае, когда спектр исходного сигнала содержит частоты, бо́льшие $1/2T$, а фильтр на выходе системы пропускает частоты, бо́льшие $1/2T$.

После фильтрации в фильтре Φ_1 получаем спектр исходного сигнала:

$$S_{и}(W) = S_{вх}(W)\,K_1(W).$$

В соответствии с выражением (I.20) после процесса дискретизации в устройстве $Д$ (см. рис. I.12) спектр сигнала будет равен

$$S^*(W) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{вх}\left(W - \frac{n}{T}\right) K_1\left(W - \frac{n}{T}\right).$$

Наконец, после воздействия фильтра Φ_2 на выходе системы получаем спектр выходного сигнала:

$$S_{вых}(W) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{вх}\left(W - \frac{n}{T}\right) K_1\left(W - \frac{n}{T}\right) K_2(W). \quad (I.36)$$

Используя формулу (I.36), можно найти спектр сигнала на выходе кинематографической системы при наличии искажений как первого, так и второго рода. Обратным преобразованием Фурье определяется функция, описывающая выходной сигнал.

§ I.7. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ В КИНЕМАТОГРАФИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В общем случае, если изображение имеет n измерений, а развертка осуществляется не более чем по j ($j < n$) измерениям, то для возможности записи сигнала, несущего информацию об изображении, на носителе его необходимо дискретизировать не менее чем по $i = n - j$ аргументам.

Поскольку носители записи не могут иметь более трех измерений, то развертка сигнала может производиться по одному, двум или трем измерениям. В известных в настоящее время системах развертка сигнала по одному аргументу осуществляется на магнитной ленте в видеомагнитофонах, по двум аргументам — на кинопленке в киносъемочных и фотографических аппаратах, по трем аргументам — на фотопластинках с толстыми эмульсионными слоями в цветной фотографии Липпмана и в трехмерной голографии.

В цветном стереоскопическом кинематографе, как было показано выше, изображение, а следовательно, и сигнал изображения

выражаются функцией пяти аргументов: $F(x, y, \lambda, t, x_0)$. Принципиально не важно, по каким аргументам сигнал дискретизируется, поэтому количество вариантов кинематографических систем, которые могут быть реализованы, определяется количеством сочетаний C_n^i из n различных элементов по i:

$$C_n^i = \frac{n!}{i!\,(n-i)!}.$$

Вычисления показывают, что для $j = 1$ количество сочетаний равно пяти, для $j = 2$ и $j = 3$ — по десяти. Так как аргументы x и y равнозначны и взаимозаменяемы, то, как следует из табл. I.2, число сочетаний сокращается до четырех для $j = 1$ и до семи для $j = 2$ и $j = 3$.

Все указанные в табл. I.2 варианты сочетаний принципиально реализуемы в системах цветного стереоскопического кинема-

Таблица I.2

Сочетания аргументов, по которым необходима дискретизация для записи цветного движущегося стереоскопического изображения ($F(x, y, \lambda, t, x_0)$, $n=5$)

Носители		
одномерный	двумерный	трехмерный
$j=1$; $i=4$; $C_n^i=5$	$j=2$; $i=3$; $C_n^i=10$	$j=3$; $i=2$; $C_n^i=10$
x, y, λ, t (1)	x, y, t (1)	x, y (1)
x, y, λ, x_0 (2)	x, y, λ (2)	t, λ (2)
x, y, t, x_0 (3)	x, y, x_0 (3)	t, x_0 (3)
x, t, λ, x_0 или y, t, λ, x_0 (4)	t, λ, x_0 (4)	λ, x_0 (4)
	x, t, λ или y, t, λ (5)	x, t или y, t (5)
	x, t, x_0 или y, t, x_0 (6)	x, λ или y, λ (6)
	x, λ, x_0 или y, λ, x_0 (7)	x, x_0 или y, x_0 (7)

тографа (см. табл. I.3, I.4; I.5), однако не все они получили в настоящее время применение на практике, а технические решения некоторых из них пока еще не найдены. Табл. I.2; I.3; I.4; I.5 позволяют выбрать различные варианты возможных технических решений цветного стереоскопического кинематографа.

Таблица I.3

Варианты технических решений черно-белого кинематографа ($F(x, y, t)$)

Носитель	Одномерный		Двумерный			Трехмерный
Дискретизация по аргументам	y, t	x, y	t	x	x, y	—
Развертка по аргументам	x	t	x, y	y, t	t	x, y, t
Известные системы	Видеозапись	С волоконной оптикой	Прерывистое движение кинопленки, оптическая компенсация и т. п.	Растровые		Нет

Таблица I.4

Варианты технических решений цветной фотографии ($F(x, y, \lambda)$)

Носитель	Одномерный		Двумерный			Трехмерный
Дискретизация по аргументам	y, λ	x, y	λ	x	x, y	—
Развертка по аргументам	x	λ	x, y	λ, y	λ	x, y, λ
Известные системы	Видеозапись	Нет	Многослойная кинопленка, гидротипия, цветоделенные черно-белые изображения и т. п.	Растровые		Цветная фотография Липпмана

Таблица I.5

Варианты технических решений стереоскопической фотографии ($F(x, y, x_0)$)

Носитель	Одномерный		Двумерный			Трехмерный
Дискретизация по аргументам	y, x_0	x, y	x_0	x	x, y	—
Развертка по аргументам	x	x_0	x, y	x_0, y	x_0	x, y, x_0
Известные системы	Нет	Нет	Одно- или многостереопарная фотография	Растровые		Нет

Глава II

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

§ II.1. РАЗВЕРТКА ИЗОБРАЖЕНИЯ

При анализе пространственных преобразований черно-белого изображения будем считать, что изображение в процессе записи неподвижно относительно кинопленки, т. е. не зависит от времени и выражается функцией $E'(x, y)$, где x и y — пространственные координаты в плоскости кинопленки.

Для записи изображения (или сигнала изображения) его необходимо совместить с поверхностью носителя записи (кинопленки), т. е. произвести развертку изображения. Для упрощения рассуждений будем считать, что объект съемки плоский и распределение яркости в нем определяется функцией $E'_{вх}(\eta_1, \eta_2)$, где η_1 и η_2 — пространственные координаты в плоскости предметов *1* (рис. II.1). Киносъемочный объектив *2* образует в плоскости кинопленки *3* изображение объекта, осуществляя развертку изображения по поверхности носителя. При этом пространственные координаты η_1, η_2 преобразуются в координаты x, y в плоскости кинопленки в соответствии с формулами:

$$x = \eta_1\beta_c; \quad y = \eta_2\beta_c,$$

где β_c — линейное увеличение киносъемочного объектива.

Условно считаем, что в результате развертки произошли лишь преобразования координат без преобразования функции, описывающей изображение. Это означает, что в плоскости кинопленки получена точная копия объекта, приведенная к поверхности кинопленки в масштабе β_c и перевернутая (поскольку линейное увеличение киносъемочного объектива отрицательно). В результате такого «чистого» преобразования координат получаем функцию $E'_{вх}(x, y)$, которая описывает входной сигнал*.

После записи и необходимых преобразований на выходе кинематографической системы получаем сигнал, определяемый новой функцией: $E'_{вых}(x, y)$. Аргументы этой функции остались неизменными, поскольку мы считаем, что масштаб изображения в процессе его преобразования не изменился. Функция $E'_{вых}(x, y)$

* Для упрощения записи постоянный множитель функции ($E'_{вх}(x, y)$, определяемый светотехническими параметрами объектива, здесь и в дальнейшем изложении материала опущен, причем E' обозначает не только яркость, но и освещенность.

выражает распределение яркости в изображении кинокадра фильмокопии, заряженной в кинопроектор, т. е. эта функция описывает выходное изображение.

В процессе кинопроекции вновь осуществляется преобразование координат x, y, принадлежащих плоскости фильмокопии, в координаты η_1, η_2, принадлежащие плоскости киноэкрана.

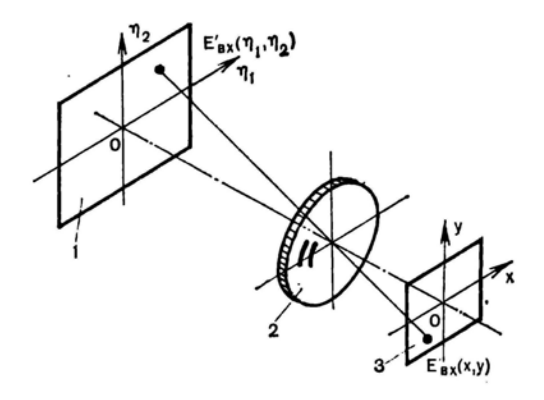


Рис. II.1. Развертка входного изображения в киносъемочном аппарате

Эту операцию осуществляет кинопроекционный объектив, образующий на киноэкране изображение, определяемое функцией $E'_{вых}(\eta_1, \eta_2)$. Преобразование координат происходит в соответствии с формулами:

$$\eta_1 = x\beta_п; \quad \eta_2 = y\beta_п,$$

где $\beta_п$ — линейное увеличение проекционного объектива.

Во время киносъемки и кинопроекции киносъемочный и кинопроекционный объективы преобразуют не только аргументы функции, описывающей входное и выходное изображение, но и саму функцию. Однако условно считаем, что такое преобразование функции происходит после развертки на входе системы и до развертки на выходе системы.

Таким образом, преобразования сигнала изображения, происходящие в результате развертки, можно представить эквивалентной схемой, показанной на рис. II.2. Устройства $P_А$ и $P_С$ осуществляют анализирующую и синтезирующую развертки на вхо-

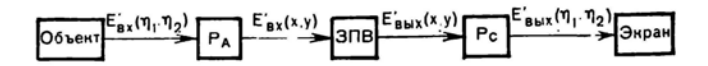


Рис. II.2. Эквивалентная схема пространственных преобразований сигнала, происходящих в кинематографической системе

де и выходе системы. Устройство же *ЗПВ* служит для записи, преобразований и воспроизведения сигнала, несущего информацию об изображении.

Основной задачей настоящего раздела является изучение преобразований сигнала изображения в устройстве *ЗПВ*, т. е. нахождение функции $E'_{\text{вых}}(x, y)$ по заданной функции $E'_{\text{вх}}(x, y)$.

II.2. ФУНКЦИЯ РАССЕЯНИЯ ТОЧКИ

По аналогии с выражением (I.1) свяжем двумерные входной и выходной сигналы соотношением

$$E'_{\text{вых}}(x, y) = \varphi\,[E'_{\text{вх}}(x, y)], \qquad (\text{II}.1)$$

где φ[...] — математический оператор, показывающий, как надо подействовать на входную двумерную функцию, чтобы получить выходную.

Будем считать, что система *ЗПВ* линейна. Тогда она должна удовлетворять условию суперпозиции:

$$\varphi\left[\sum_m a_m E'_{\text{вх}\,m}(x, y)\right] = \sum_m a_m \varphi\,[E'_{\text{вх}m}(x, y)]. \qquad (\text{II}.2)$$

Положим, что на вход системы подан отдельный, бесконечно малый в пространстве импульс (светящаяся точка), который опишем двумерной дельта-функцией:

$$E'_{\text{вх}}(x, y) = \delta\,(x - x_1,\ y - y_1), \qquad (\text{II}.3)$$

где x_1 и y_1 — пространственные координаты импульса на входе системы.

Выходной сигнал, т. е. двумерная импульсная реакция системы, определяется распределением освещенности в изображении светящейся точки. Функция, описывающая распределение освещенности в изображении светящейся точки, называется *функцией рассеяния точки* (ФРТ) и обозначается $E'_{\text{т}}(x, y)$.

Из выражений (II.1) и (II.3) находим, что ФРТ равна:

$$E'_{\text{вых}}(x, y; x_1, y_1) = E'_{\text{т}}(x, y; x_1, y_1) = \varphi\,[\delta\,(x - x_1, y - y_1)]. \qquad (\text{II}.4)$$

Разложим входной сигнал на отдельные точки, отстоящие друг от друга на предельно малых расстояниях X_1 вдоль оси $0x$ и Y_1 вдоль оси $0y$, тогда входной сигнал будет равен:

$$E'_{\text{вх}}(x, y) \cong \sum_n \sum_k E'_{\text{вх}}(nX_1, kY_1)\,\delta\,(x - nX_1, y - kY_1)\,X_1 Y_1.$$

Следовательно, на основе равенства (II.1) имеем:

$$E'_{вых}(x, y) \cong \varphi\left[\sum_n \sum_k E'_{вх}(nX_1, kY_1)\,\delta(x - nX_1, y - kY_1)\,X_1Y_1\right],$$

а в соответствии с выражениями (II.2) и (II.4) получим:

$$E'_{вых}(x, y) \cong \sum_n \sum_k E'_{вх}(nX_1, kY_1)\,\varphi[\delta(x - nX_1, y - kY_1)]\,X_1Y_1 =$$

$$= \sum_n \sum_k E'_{вх}(nX_1, kY_1)\,E'_{т}(x, y; nX_1, kY_1)\,X_1Y_1.$$

Полагая $X_1 = dx_1$; $Y_1 = dy_1$; $nX_1 = x_1$; $kY_1 = y_1$ и устремив n и k к $\pm\infty$, переходим от сумм к двойному интегралу суперпозиции:

$$E'_{вых}(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(x_1, y_1)\,E'_{т}(x, y; x_1, y_1)\,dx_1dy_1. \qquad (II.5)$$

Если изображение точечного источника на выходе системы меняет только свое положение по мере того, как этот источник пробегает поле предметов, но не изменяет своей функциональной формы, то считается, что система, формирующая или преобразующая изображение, *пространственно инвариантна*, или *изопланарна*.

Для пространственно инвариантной системы справедливо равенство:

$$E'_{т}(x, y; x_1, y_1) = E'_{т}(x - x_1, y - y_1). \qquad (II.6)$$

На основе выражений (II.5) и (II.6) имеем:

$$E'_{вых}(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(x_1, y_1)\,E'_{т}(x - x_1, y - y_1)\,dx_1dy_1. \qquad (II.7)$$

Данное выражение является двумерной сверткой входной функции с ФРТ, следовательно, она может быть также записана в виде

$$E'_{вых}(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{т}(x_1, y_1)\,E'_{вх}(x - x_1, y - y_1)\,dx_1dy_1 \qquad (II.8)$$

или в компактной форме:

$$E'_{вых}(x, y) = E'_{вх}(x, y) ** E'_{т}(x, y).$$

Таким образом, если система, осуществляющая пространственные преобразования сигнала изображения, линейна и пространственно инвариантна, ее воспроизводящие свойства полностью определяются ФРТ.

В системе *ЗПВ* (см. рис. II.2) имеется последовательность звеньев, выполняющих запись, преобразования и воспроизведение сигнала изображения. В упрощенном виде эту последовательность можно представить эквивалентной схемой, показанной на рис. II.3. Входной сигнал поступает в устройство записи изо-

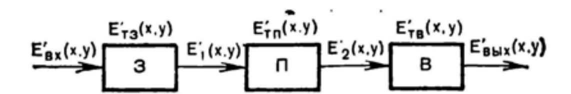


Рис. II.3. Последовательность звеньев, составляющих систему *ЗПВ*

бражения *З*, которое формирует в плоскости кинопленки изображение, описываемое функцией $E'_1(x, y)$. Функция $E'_1(x, y)$ показывает распределение действующих освещенностей*, обусловливающих появление скрытого фотографического изображения. После фотографической обработки и печати в устройстве преобразований изображений *П* формируется фотографическое изображение, определяемое функцией $E'_2(x, y)$, где E'_2 — коэффициент пропускания кинопозитива, т. е. фильмокопии. Далее в устройстве воспроизведения *В* сигнал изображения преобразуется в выходное изображение $E'_{\text{вых}}(x, y)$. Понятно, что запись изображения производится в киносъемочном аппарате, преобразования изображения осуществляются в проявочных машинах и в кинокопировальных аппаратах, а воспроизводит изображение кинопроектор.

Поскольку система может быть линейна и пространственно инвариантна только тогда, когда все звенья этой системы линейны и пространственно инвариантны, то выражения (II.7) и (II.8) пригодны для анализа преобразования сигнала, происходящего не только в сквозной кинематографической системе, но и во всех перечисленных звеньях, составляющих кинематографическую систему. Поэтому можем написать:

$$E'_1(x, y) = E'_{\text{вх}}(x, y) \ast\ast E_{\text{тз}}(x, y); \qquad (II.9)$$

$$E'_2(x, y) = E'_1(x, y) \ast\ast E'_{\text{тп}}(x, y); \qquad (II.10)$$

$$E'_{\text{вых}}(x, y) = E'_2(x, y) \ast\ast E_{\text{тв}}(x, y), \qquad (II.11)$$

---

* Действующая освещенность определяет при заданной выдержке экспозицию светочувствительного материала. При образовании изображений деталей объекта свет за счет мутности эмульсионного слоя рассеивается и распределение действующих освещенностей не соответствует распределению освещенности на поверхности эмульсионного слоя в оптическом изображении. Это распределение освещенности называют *наложенным*.

где $E'_{тз}(x, y)$, $E'_{тп}(x, y)$ и $E'_{тв}(x, y)$ — ФРТ соответственно звеньев *З*, *П* и *В*. Считается, что все ФРТ нормированы путем наложения условий:

$$\iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{т}(x, y)\, dxdy = 1; \qquad (II.12)$$

$$\iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тз}(x, y)\, dxdy = 1; \qquad (II.13)$$

$$\iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тп}(x, y)\, dxdy = 1; \qquad (II.14)$$

$$\iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тв}(x, y)\, dxdy = 1, \qquad (II.15)$$

приводящих к неизменности постоянной составляющей яркости, освещенности или коэффициента пропускания, определяющих изображение в процессе его преобразований.

Подставив (II.9) в (II.10), а затем (II.10) в (II.11), находим

$$E'_{вых}(x, y) = E'_{вх}(x, y) \ast\ast E'_{тз}(x, y) \ast\ast E'_{тп}(x, y) \ast\ast E'_{тв}(x, y). \qquad (II.16)$$

Сопоставляя выражения (II.16) и (II.8), приходим к результату:

$$E'_{т}(x, y) = E'_{тз}(x, y) \ast\ast E'_{тп}(x, y) \ast\ast E'_{тв}(x, y), \qquad (II.17)$$

из которого следует, что *ФРТ системы равна двумерной свертке ФРТ звеньев, ее составляющих.*

Поскольку ФРТ является двумерной функцией, то ее графически представляют аксанометрической проекцией в трехмерном пространстве (рис. II.4).

Аналитическое определение ФРТ не всегда возможно. Тогда ее находят экспериментальным путем. Например, если необходимо определить ФРТ объектива, то в качестве тест-объекта используют экран *1* (рис. II.5) с предельно малым отверстием, выполняющим роль входного изображения точки. Тест-объект находится в фокальной плоскости коллиматора *3* и освещается осветителем *2*. Испытуемый объектив *4* образует выходное изображение точки в плоскости экрана *5*, в котором имеется отверстие, значительно меньшее по размеру, чем выходное изображение точки. За экраном со сканирующим отверстием помещен фотоэлемент *6* с гальванометром *7*. Во время испытания тест-объект *1* перемещают вдоль осей $0x$ и $0y$ и проводят замеры освещенности в различных участках выходного изображения. По результатам

замеров строят график ФРТ. Экспериментальное нахождение ФРТ затруднено необходимостью применения экранов с предельно малыми отверстиями, что вызывает потребность в использовании чрезвычайно чувствительных приборов.

Сложность графического представления двумерных ФРТ и их экспериментального определения вынуждает изыскивать пути

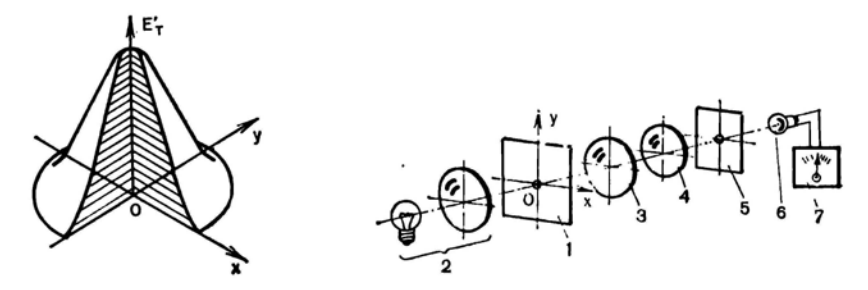


Рис. II.4. График функции рассеяния точки

Рис. II.5. Схема установки для экспериментального нахождения функции рассеяния точки

оценки воспроизводящих свойств кинематографической системы с помощью одномерных функций. Оказывается, во многих случаях эта задача разрешима.

Устройства записи, преобразования и воспроизведения изображения в кинематографической системе могут иметь ФРТ трех видов:

а) обладающие круговой симметрией, т. е.

$$E'_{\text{т}}(x,\ y) = E'_{\text{т}}(r), \tag{II.18}$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$;

б) не обладающие круговой симметрией;

в) с разделяющимися переменными:

$$E'_{\text{т}}(x,\ y) = E'_{\text{т}x}(x)\, E'_{\text{т}y}(y). \tag{II.19}$$

В большинстве случаев звенья кинематографической системы изотропны, т. е. их ФРТ обладают круговой симметрией. Такие ФРТ имеют, в частности, объективы с круглым зрачком, кинопленки. Изотропные же системы полностью могут быть оценены не только двумерными ФРТ, но и одномерными: функцией рассеяния линии и функцией рассеяния края, поскольку все эти функции взаимосвязаны.

Функция рассеяния линии (ФРЛ) $E'_л(x)$ описывает распределение освещенности (или яркости) в изображении бесконечно тонкой светящейся линии.

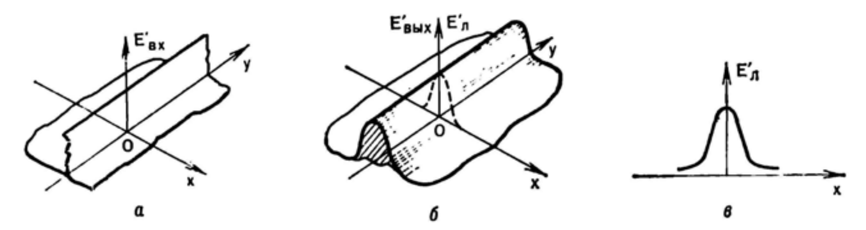


Рис. II.6. Графики функции, описывающей входное изображение светящейся линии (*а*), и функции рассеяния линии (*б*, *в*)

Положим, что входное изображение линии совпадает с осью $0y$ (рис. II.6, *а*), т. е.

$$E'_{вх}(x, y) = \delta(x).$$

Определим распределение освещенности в выходном изображении (рис. II.6, *б*) вдоль оси $0x$ ($y = 0$).

В соответствии с формулой (II.8) имеем:

$$E'_{вых}(x, 0) = E'_л(x) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_т(x_1, y_1)\,\delta(x - x_1)\,dx_1 dy_1 =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_т(x, y_1)\,dy_1.$$

Заменив обозначение переменной интегрирования $y = y_1$, получим:

$$E'_л(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_т(x, y)\,dy. \qquad \text{(II.20)}$$

Если система имеет ФРТ с разделяющимися переменными, то в соответствии с формулами (II.19) и (II.20) находим:

$$E'_л(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тx}(x)\,E'_{тy}(y)\,dy = E'_{Тx}(x)\int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тy}(y)\,dy.$$

Интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тy}(y)\,dy$ для данной системы является величиной постоянной. Обозначим его A, тогда

$$E'_{л}(x) = AE'_{тx}(x). \qquad (II.21)$$

Аналогично находим для распределения освещенности в изображении линейного источника, расположенного вдоль оси $0x$:

$$E'_{л}(y) = BE'_{тy}(y),$$

где

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} E_{тx}(x)\,dx.$$

Следовательно, ФРЛ систем, имеющих ФРТ с разделяющимися переменными, равна с точностью до постоянного множителя одному из сомножителей ФРТ.

Для изотропных систем на основе равенств (II.18) и (II.20) имеем:

$$E'_{л}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_{т}(r)\,dy = \int_{-\infty}^{\infty} E'_{т}\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)dy. \qquad (II.22)$$

Интегральное уравнение (II.22) связывает функции рассеяния линии и точки. По каждой из них можно найти другую. Для решения уравнения (II.22) относительно $E'_{т}(r)$, т. е. для нахождения ФРТ по заданной ФРЛ, вводят вспомогательную функцию:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_{л}(r)\,dy \text{ при } r = \sqrt{x^2+y^2}.$$

Тогда ФРТ определяется выражением [74]:

$$E'_{т}(r) = -\frac{1}{2\pi r}\frac{df(r)}{dr}. \qquad (II.23)$$

Таким образом, ФРТ и ФРЛ изотропных систем однозначно связаны между собой, поскольку по каждой из этих функций может быть найдена другая. Поэтому воспроизводящие свойства изотропных систем полностью оценивает не только ФРТ, но и ФРЛ. Считаем, что ФРЛ нормирована путем наложения условия

$$\int_{-\infty}^{\infty} E'_{л}(x)\,dx = 1. \qquad (II.24)$$

Если входное изображение описывается функцией только одного аргумента, например $E'_{вх}(x)$ (это может быть изображение края светящейся полуплоскости, бесконечно длинной полосы, решетки и т. п.), то в соответствии с выражением (II.8) имеем:

$$E'_{\text{вых}}(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{\text{вх}}(x - x_1)\, E'_{\text{т}}(x_1, y_1)\, dx_1,\, dy_1.$$

На основании равенства (II.20) можем написать:

$$E'_{\text{вых}}(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{\text{л}}(x_1)\, E'_{\text{вх}}(x - x_1)\, dx_1 =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{\text{вх}}(x_1)\, E'_{\text{л}}(x - x_1)\, dx_1 = E'_{\text{вх}}(x) * E'_{\text{л}}(x). \qquad (II.25)$$

Следовательно, изображение на выходе системы определяется одномерной сверткой функции, описывающей входное изображение, с ФРЛ.

Система изотропна, как правило, тогда, когда все звенья, ее составляющие, также изотропны. Поэтому каждое звено изотропной системы полностью определяется его ФРЛ. Аналогично формуле (II.25) для звеньев записи, преобразования и воспроизведения (см. рис. II.3) напишем:

$$E'_1(x) = E'_{\text{вх}}(x) * E'_{\text{лз}}(x); \qquad (II.26)$$

$$E'_2(x) = E'_1(x) * E'_{\text{лп}}(x); \qquad (II.27)$$

$$E'_{\text{вых}}(x) = E'_2(x) * E'_{\text{лв}}(x), \qquad (II.28)$$

где $E'_{\text{лз}}(x)$, $E'_{\text{лп}}(x)$, $E'_{\text{лв}}(x)$ — ФРЛ звеньев *З*, *П* и *В* соответственно.

Подставляя (II.26) в (II.27), а затем (II.27) в (II.28), имеем:

$$E'_{\text{вых}}(x) = E'_{\text{вх}}(x) * E'_{\text{лз}}(x) * E'_{\text{лп}}(x) * E'_{\text{лв}}(x).$$

Сопоставляя данное выражение с формулой (II.25), можем написать:

$$E'_{\text{л}}(x) = E'_{\text{лз}}(x) * E'_{\text{лп}}(x) * E'_{\text{лв}}(x), \qquad (II.29)$$

т. е. ФРЛ системы равна одномерной свертке ФРЛ звеньев, ее составляющих.

Функция рассеяния края (ФРК) $E'_{\text{к}}(x)$ описывает распределение освещенности (или яркости) в изображении края светящейся полуплоскости. Если входное изображение края полуплоскости совпадает с осью $0y$, то (рис. II.7, *а*)

$$E'_{\text{вх}}(x) = \mathbf{1}(x),$$

где $\mathbf{1}(x)$ — функция Хэвисайда.

В соответствии с выражением (II.25) имеем:

$$E'_{вых}(x) = E'_к(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_л(x_1)\,1(x - x_1)\,dx_1$$

или

$$E'_к(x) = \int_{-\infty}^{x} E'_л(x_1)\,dx_1. \qquad (II.30)$$

Уравнение (II.30) связывает функцию рассеяния линии с функцией рассеяния края, следовательно, по каждой из этих



Рис. II.7. Графики функции, описывающей входное изображение края светящейся полуплоскости (*а*), и функции рассеяния края (*б*)

функций можно найти другую. Действительно, поскольку интеграл в правой части равенства (II.30) является интегралом с переменным верхним пределом, то в соответствии с теоремой Лейбница—Ньютона можем написать:

$$E'_л(x)\,dx = d\int_{-\infty}^{x} E'_л(x_1)\,dx_1.$$

Откуда

$$E'_л(x) = \frac{dE'_к(x)}{dx}.$$

Следовательно, ФРЛ является первой производной от ФРК.

Поскольку ФРЛ и ФРК одномерны, их графическое изображение возможно в двумерном пространстве (см. рис. II.6, *в* и II.7, *б*). Кроме того, экспериментальное нахождение ФРЛ и особенно ФРК значительно удобнее, чем ФРТ, поскольку тест-объектом является светящаяся линия или светящаяся полуплоскость, а сканирующим элементом — щелевая диафрагма.

Функции рассеяния линии и края позволяют решить многие важные для практики задачи по нахождению распределения освещенности в выходных изображениях, описываемых функцией одной переменной.

Пример 1. Определить функцию рассеяния края, если функция рассеяния линии определяется равенством:

$$E'_л(x) = A\,\mathrm{sinc}^2\pi Ax,$$

где A — постоянный коэффициент.

На основании формулы (II.30) имеем:

$$E'_к(x) = A\int_{-\infty}^{x}\mathrm{sinc}^2\pi Ax_1dx_1.$$

Представим интеграл в правой части равенства в виде суммы интегралов:

$$E'_к(x) = A\int_{-\infty}^{0}\mathrm{sinc}^2\pi Ax_1dx_1 + A\int_{0}^{x}\mathrm{sinc}^2\pi Ax_1dx_1,$$

но

$$\int_{-\infty}^{0}\mathrm{sinc}^2\pi Ax_1dx_1 = \frac{1}{2A},$$

поэтому

$$E'_к(x) = \frac{1}{2} + A\int_{0}^{x}\mathrm{sinc}^2\pi Ax_1dx_1.$$

Выразив $\mathrm{sinc}^2\pi Ax_1$ в виде суммы ряда:

$$\mathrm{sinc}^2\pi Ax_1 = 1 - \frac{(\pi Ax_1)^2}{4!} + \frac{(\pi Ax_1)^4}{6!} - \cdots$$

и произведя почленное интегрирование, получим:

$$E'_к(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\left\{\pi Ax - \frac{(\pi Ax)^3}{3\cdot 4!} + \frac{(\pi Ax)^5}{5\cdot 6!} - \cdots\right\}.$$

Данное выражение дает значения функции рассеяния края.

Пример 2. Определить распределение освещенности в изображении светящейся полосы постоянной яркости, если система имеет ФРК $E'_к(x)$, показанную на рис. II.8. Пусть входное изображение полосы имеет ширину $a' = 10$ мкм и описывается выражением:

$$E'_{вх}(x) = \mathrm{rect}\left(\frac{x}{a'}\right)$$

(график функции показан штриховой линией на рис. II.9).

В соответствии с формулой (II.25) имеем:

$$E'_{вых}(x) = \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{rect}\left(\frac{x - x_1}{a'}\right)E'_л(x_1)\,dx_1 =$$

$$= \int\limits_{x - \frac{a'}{2}}^{x + \frac{a'}{2}} E'_л (x_1)\, dx_1. \qquad \text{(II.31)}$$

Представим выражение (II.31) так:

$$E'_{вых}(x) = \int\limits_{-\infty}^{x + \frac{a'}{2}} E'_л (x_1)\, dx_1 - \int\limits_{-\infty}^{x - \frac{a'}{2}} E'_л (x_1)\, dx_1. \qquad \text{(II.32)}$$

Из сопоставления выражений (II.30) и (II.32) находим, что оба интеграла в правой части равенства (II.32) определяют освещенность в изображении края светящейся полуплоскости. Причем первый интеграл дает освещенность в точках, отстоящих на расстоянии $x + \frac{a'}{2}$, а второй — на расстоянии $x - \frac{a'}{2}$ от изображения края полуплоскости.

Следовательно, можно написать:

$$E'_{вых}(x) = E'_к\left(x + \frac{a'}{2}\right) - E'_к\left(x - \frac{a'}{2}\right). \qquad \text{(II.33)}$$

Из этого равенства следует, что для определения освещенности в точке с координатой x достаточно вычесть из значения освещенности в точке с координатой $x + \frac{a'}{2}$ на графике функции $E'_к(x)$ значение освещенности точки с координатой $x - \frac{a'}{2}$.

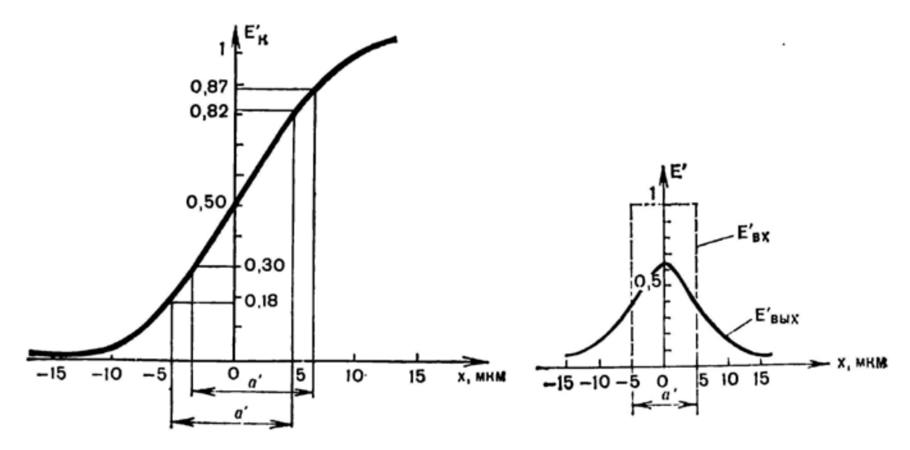


Рис. II.8. График функции рассеяния края

Рис. II.9. График распределения освещенности в изображении светящейся полосы

Методику графоаналитического нахождения значений функции, описывающей распределение освещенности в изображении светящейся полосы постоянной яркости, поясняет построение на рис. II.8. Найдем освещенность в точке с координатой $x = 2$ мкм. На основе равенства (II.33) имеем:

$$E'_{вых}(2\ мкм) = E'_к(2+5) - E'_к(2-5) = E'_к(7\ мкм) - E'_к(-3\ мкм).$$

Значения $E'_к$ находим из графика на рис. II.8:

$$E'_{вых}(2\ мкм) = 0{,}87 - 0{,}30 = 0{,}57.$$

В середине полосы $x = 0$, следовательно:

$$E'_{вых}(0) = E'_к(5\ мкм) - E'_к(-5\ мкм) = 0{,}82 - 0{,}18 = 0{,}64.$$

Подобным образом определяется освещенность в точках с любыми координатами и строится график функции $E'_{вых}(x)$ (показан сплошной линией на рис. II.9).

Имея график функции $E'_к(x)$, можно найти распределение освещенности в изображениях полос различной ширины.

Таким образом, если система, осуществляющая пространственные преобразования изображения, изотропна, то ее воспроизводящие свойства полностью определяются не только ФРТ, но и ФРЛ и ФРК.

§ II.4. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СИСТЕМЫ

В гл. I было показано, что воспроизводящие свойства линейной, инвариантной к сдвигу системы могут быть оценены не только импульсной реакцией, но и частотной характеристикой. Поскольку импульсной реакцией системы, осуществляющей пространственные преобразования изображения, является двумерная ФРТ, то частотную характеристику системы описывает также функция двух переменных — пространственных частот f_x и f_y вдоль осей $0x$ и $0y$. Назовем такую частотную характеристику *пространственной частотной характеристикой* (ПЧХ) и будем считать, что она описывается функцией $K(f_x, f_y)$.

Функция $K(f_x, f_y)$ определяется двумерным преобразованием Фурье импульсной реакции системы, т. е. ФРТ:

$$K(f_x, f_y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int E'_т(x, y) \exp\left[-i\,2\pi(f_x x + f_y y)\right] dx dy. \qquad (II.34)$$

Если входной сигнал описывает функция $E'_{вх}(x, y)$, то его спектр определяется двумерным преобразованием Фурье этой функции:

$$S_{вх}(f_x, f_y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(x, y) \exp[-i\,2\pi(f_x x + f_y y)]\,dxdy. \quad (II.35)$$

На основе теоремы двумерной свертки и выражения (II.8) находим, что спектр выходного сигнала равен

$$S_{вых}(f_x, f_y) = S_{вх}(f_x, f_y) K(f_x, f_y). \quad (II.36)$$

Выходной сигнал определяет обратное двумерное преобразование Фурье функции $S_{вых}(f_x, f_y)$:

$$E'_{вых}(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} S_{вых}(f_x, f_y) \exp[i\,2\pi(f_x x + f_y y)]\,df_x df_y.$$

На основе теоремы двумерной свертки и выражения (II.17) можем также написать:

$$K(f_x, f_y) = K_з(f_x, f_y) K_п(f_x, f_y) K_в(f_x, f_y),$$

где $K_з(f_x, f_y)$, $K_п(f_x, f_y)$, $K_в(f_x, f_y)$—ПЧХ звеньев записи, преобразования и воспроизведения сигнала. Эти функции равны преобразованиям Фурье ФРТ перечисленных звеньев. Процесс нахождения ПЧХ упрощается, когда ФРТ описывают функции с разделяющимися переменными или обладающие круговой симметрией.

На основе равенств (II.34) и (II.19) для ФРТ с разделяющимися переменными имеем:

$$K(f_x, f_y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тx}(x) E_{тy}(y) \exp[-i\,2\pi(f_x x + f_y y)]\,dxdy =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тx}(x) \exp(-i\,2\pi f_x x)\,dx \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{тy}(y) \exp(-i\,2\pi f_y y)\,dy =$$

$$= K_x(f_x) K_y(f_y). \quad (II.37)$$

Здесь $K_x(f_x)$ и $K_y(f_y)$ — ПЧХ вдоль осей $0f_x$ и $0f_y$. Следовательно, процесс нахождения ПЧХ в этом случае упрощается заменой двумерного преобразования Фурье одномерными преобразованиями, а ПЧХ, так же как и ФРТ, выражается функцией с разделяющимися переменными.

В тех случаях, когда ФРТ имеет круговую симметрию, то ее Фурье-преобразование, т. е. ПЧХ, также имеет круговую симметрию. Для нахождения ПЧХ в этом случае перейдем к полярным координатам как в плоскости $x0y$, так и в плоскости $f_x 0 f_y$, воспользовавшись следующими общеизвестными формулами:

$$\left.\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2};\ \ x = r\cos\theta;\ \ y = r\sin\theta; \\ \rho &= \sqrt{f_x^2 + f_y^2};\ \ f_x = \rho\cos\varphi;\ \ f_y = \rho\sin\varphi, \end{aligned}\right\} \quad (II.38)$$

где r и ρ — радиус-векторы, а θ и φ — полярные углы соответственно в плоскостях $x0y$ и f_x0f_y.

Переходя в формуле (II.34) к новым переменным, перепишем ее в виде:

$$K_0(\rho, \varphi) = \int_0^\infty rE_\text{т}'(r) \int_0^{2\pi} \exp[-i\,2\pi r\rho(\cos\theta\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi)]\,dr d\theta =$$

$$= \int_0^\infty dr rE_\text{т}'(r) \int_0^{2\pi} d\theta \exp[-i\,2\pi r\rho\cos(\theta - \varphi)]. \qquad \text{(II.39)}$$

Известно, что

$$J_0(a) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \exp[-ia\cos(\theta - \varphi)]\,d\theta, \qquad \text{(II.40)}$$

где $J_0(a)$ — функция Бесселя первого рода, нулевого порядка.

Используя равенство (II.40) и формулу (II.39), находим

$$K_0(\rho) = 2\pi\int_0^\infty rE_\text{т}'(r)\,J_0(2\pi r\rho)\,dr. \qquad \text{(II.41)}$$

Полученное выражение представляет собой преобразование Ганкеля нулевого порядка функции $E_\text{т}'(r)$. Это преобразование дает возможность перейти от двумерного к одномерному действию при нахождении ПЧХ систем, если они изотропны. Обратное преобразование Ганкеля

$$E_\text{т}'(r) = 2\pi\int_0^\infty \rho K_0(\rho)\,J_0(2\pi r\rho)\,d\rho \qquad \text{(II.42)}$$

позволяет найти ФРТ по заданному значению функции, описывающей ПЧХ системы.

Преобразование Ганкеля — частный случай двумерного преобразования Фурье, поэтому, когда ФРТ обладает круговой симметрией, преобразование Фурье даст тот же результат, что и преобразование Ганкеля. Если рассматривать сечение функции $K(f_x, f_y)$ плоскостью, проходящей через ось $0f_x$ $(f_y = 0)$, то из формул (II.38) следует, что $\rho = f_x$. Для данного случая, очевидно, и $K(f_x, 0) = K_0(f_x)$.

На основе равенства (II.34) имеем:

$$K(f_x, 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_\text{т}'(x, y)\exp[-i\,2\pi(f_x x + 0y)]\,dxdy =$$

$$= \iint\limits_{-\infty}^{\infty} E_т'(r) \exp(-i\, 2\pi f_x x)\, dx dy.$$

Учитывая же формулу (II.22), получим:

$$K(f_x, 0) = K_0(f_x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_л'(x) \exp(-i\, 2\pi f_x x)\, dx. \quad \text{(II.43)}$$

Правая часть данного равенства является одномерным преобразованием Фурье функции рассеяния линии $E_л'(x)$. Поэтому если система изотропна, то одномерное преобразование Фурье ФРЛ равно преобразованию Ганкеля ФРТ. Следовательно, изотропные системы полностью характеризуются не только одномерными ФРЛ, но и одномерными ПЧХ, определяемыми одномерным преобразованием Фурье ФРЛ:

$$K(f) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_л'(x) \exp(-i\, 2\pi f x)\, dx, \quad \text{(II.44)}$$

где f — пространственная частота вдоль оси f_x, f_y или любой другой оси, проходящей через начало координат.

На основе изложенного приходим к выводу, что если система изотропна, то функции, выражающие ПЧХ и ФРТ в полярной системе координат, однозначно связаны между собой преобразованием Ганкеля. Функция же, описывающая сечение ПЧХ плоскостью, проходящей через начало прямоугольной системы координат, и ФРЛ однозначно связаны между собой одномерным преобразованием Фурье. Для нахождения ПЧХ изотропных систем может быть использован любой из двух указанных видов преобразований.

Таким образом, изотропные системы допустимо оценивать одномерной ПЧХ, описываемой функцией $K(f)$.

Если входной сигнал одномерен, то спектр выходного сигнала равен

$$S_{вых}(f) = S_{вх}(f)\, K(f). \quad \text{(II.45)}$$

Одномерное ПЧХ изотропной системы определяется произведением:

$$K(f) = K_з(f)\, K_п(f)\, K_в(f), \quad \text{(II.46)}$$

где $K_з(f)$, $K_п(f)$ и $K_в(f)$ — одномерные ПЧХ соответственно звеньев *З*, *П* и *В* (см. рис. II.3).

Положим, на вход системы подано изображение решетки (миры) с гармонически изменяющейся яркостью: оно описывается выражением (рис. II.10)

$$E_{вх}'(x) = a_0 + a \cos 2\pi f x.$$

Используя формулу (I.17), находим выходное изображение

$$E'_{\text{вых}}(x) = a_0 + aK(f)\cos 2\pi fx. \qquad \text{(II.47)}$$

Контраст входного изображения определим как

$$T_{\text{вх}} = \frac{E'_{\text{вх max}} - E'_{\text{вх min}}}{E'_{\text{вх max}} + E'_{\text{вх min}}}, \qquad \text{(II.48)}$$

где $E'_{\text{вх max}}$ и $E'_{\text{вх min}}$ — максимальная и минимальная освещенности во входном изображении.

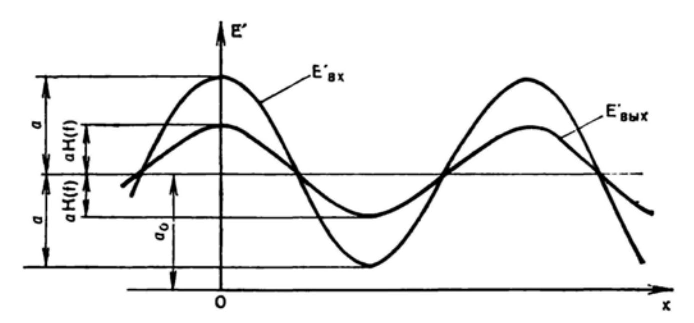


Рис. II.10. Графики функций, описывающих входной и выходной гармонические сигналы

На основе рис. II.10 для входного изображения можно записать:

$$E'_{\text{вх max}} = a_0 + a; \quad E'_{\text{вх min}} = a_0 - a.$$

Следовательно, контраст входного изображения

$$T_{\text{вх}} = \frac{a_0 + a - a_0 + a}{a_0 + a + a_0 - a} = \frac{a}{a_0}. \qquad \text{(II.49)}$$

Аналогично контраст изображения на выходе системы

$$T_{\text{вых}}(f) = \frac{E'_{\text{вых max}} - E'_{\text{вых min}}}{E'_{\text{вых max}} + E'_{\text{вых min}}} =$$

$$= \frac{a_0 + aK(f) - a_0 + aK(f)}{a_0 + aK(f) + a_0 - aK(f)} = \frac{aK(f)}{a_0}. \qquad \text{(II.50)}$$

Отношение $\frac{T_{\text{вых}}}{T_{\text{вх}}}$ называют *коэффициентом передачи контраста*.

Разделив (II.50) на (II.49), имеем:

$$\frac{T_{\text{вых}}(f)}{T_{\text{вх}}} = K(f). \qquad \text{(II.51)}$$

Отсюда следует, что значение $K(f)$ равно коэффициенту передачи контраста.

В частном случае, когда $a = a_0$, то $T_{вх} = 1$ и $K(f) = T_{вых}(f)$.

Решетку (миру), имеющую контраст $T_{вх} = 1$, называют *мирой абсолютного контраста.*

Зависимость коэффициента передачи контраста от пространственной частоты (ПЧХ) часто называют *частотно-контрастной, контрастно-частотной, амплитудно-частотной характеристикой* или *функцией передачи модуляции**.

Если нам известна функция $K(f)$, т. е. ПЧХ системы, то по формуле (II.47) находим распределение освещенности в изображении решетки с гармонически изменяющейся яркостью. Практически можно решить и обратную задачу. Измерив контраст $T_{вых}$ в изображении решетки и зная контраст $T_{вх}$ самой решетки, по формуле (II.51) определяют значение K. Проведя замеры для решеток различной пространственной частоты, строят график функции $K(f)$. Этот путь используется для экспериментального определения ПЧХ кинематографической системы и ее звеньев.

Поскольку функции рассеяния точки и линии действительные и четные, их преобразование Фурье описывают четные функции. Следовательно, значения ПЧХ для отрицательных частот не несут дополнительной информации о свойствах системы. Поэтому ПЧХ изображают только для положительных частот, как это показано сплошной линией на рис. II.11.

Указанный выше путь экспериментального определения ПЧХ затруднен сложностью изготовления испытательной решетки (миры) с гармоническим законом распределения яркости. Поэтому на практике нашел широкое распространение метод экспериментального нахождения ПЧХ систем и их звеньев с использованием решеток с П-образным распределением яркости, которые изготовить значительно легче, чем с косинусоидальным распределением яркости.

Положим, что на входе системы имеем изображение решетки с П-образным распределением яркости. Причем ширина полос постоянной яркости равна половине шага T решетки (рис. II.12). Как и прежде, считаем, что a_0 — постоянная составляющая яркости; a — амплитуда переменной составляющей яркости.

Представим периодическую функцию $E'_{вх}(x)$, описывающую входное изображение решетки, суммой ряда Фурье:

$$E'_{вх}(x) = a_0 + \frac{4a}{\pi}\left(\cos 2\pi fx - \frac{1}{3}\cos 2\pi 3fx + \frac{1}{5}\cos 2\pi 5fx - \cdots\right). \quad (II.52)$$

---

* Поскольку в данной книге анализируются как пространственные, так и временные преобразования изображения, то предпочтение отдано термину ПЧХ (в отличие от временной частотной характеристики (ВЧХ)).

На выходе системы изображение будет определяться функцией $E'_{вых}(x)$, которая, как и входная функция, является периодической, но не гармонической. Если нам известна ПЧХ системы, т. е. функция $K(f)$, то на основе формулы (II.47) можно написать, что выходное изображение выражает сумма ряда:

$$E'_{вых}(x) = a_0 + \frac{4a}{\pi}\left[K(f)\cos 2\pi fx - \frac{K(3f)}{3}\cos 2\pi 3fx + \right.$$
$$\left. + \frac{K(5f)}{5}\cos 2\pi 5fx - \cdots\right]. \qquad (II.53)$$

Контраст входного изображения, как и прежде, равен $T_{вх} = \frac{a}{a_0}$. Для нахождения контраста выходного изображения необходимо определить максимальные и минимальные значения

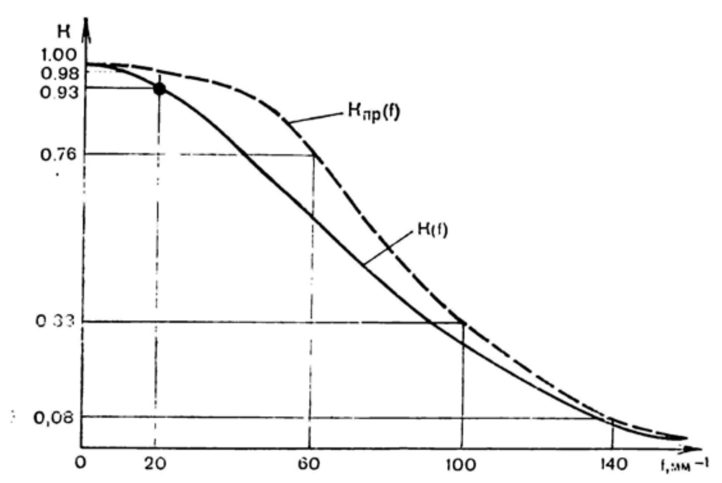


Рис. II.11. К нахождению пространственной частотной характеристики по формуле Кольтмана

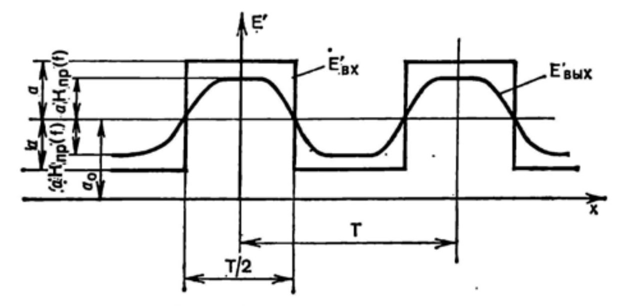


Рис. II.12. Графики функций, описывающих входное и выходное изображение решетки с П-образным распределением яркости

функции $E'_{вых}(x)$. Вполне понятно, что они будут иметь место тогда, когда все косинусы в формуле (II.53) одновременно будут равны 1 и —1, т. е.

$$E'_{вых\,max} = a_0 + \frac{4a}{\pi}\left[K(f) - \frac{1}{3}K(3f) + \frac{1}{5}K(5f) - \cdots\right];$$

$$E'_{вых\,min} = a_0 - \frac{4a}{\pi}\left[K(f) - \frac{1}{3}K(3f) + \frac{1}{5}K(5f) - \cdots\right].$$

Подставив эти значения в формулу (II.50) и произведя несложные преобразования, получим:

$$T_{вых}(f) = \frac{4a}{\pi a_0}\left[K(f) - \frac{1}{3}K(3f) + \frac{1}{5}K(5f) - \ldots\right].$$

Следовательно, в соответствии с выражением (II.51) коэффициент передачи контраста $K_{пр}(f)$ для П-образной миры будет равен:

$$K_{пр}(f) = \frac{T_{вых}(f)}{T_{вх}} = \frac{4}{\pi}\left[K(f) - \frac{1}{3}K(3f) + \frac{1}{5}K(5f) - \cdots\right].$$

Решая данное равенство относительно $K(f)$, находим

$$K(f) = \frac{\pi}{4}K_{пр}(f) + \frac{1}{3}K(3f) - \frac{1}{5}K(5f) + \cdots \quad \text{(II.54)}$$

Если частота равна $3f$, то

$$K(3f) = \frac{\pi}{4}K_{пр}(3f) + \frac{1}{3}K(9f) - \frac{1}{5}K(15f) + \cdots$$

Подставив это и таким же образом найденные значения $K(5f)$, $K(7f)$, ... в формулу (II.54), получим:

$$K(f) = \frac{\pi}{4}\left[K_{пр}(f) + \frac{1}{3}K_{пр}(3f) - \frac{1}{5}K_{пр}(5f) + \right.$$

$$+ \frac{1}{7}K_{пр}(7f) + \frac{1}{11}K_{пр}(11f) - \frac{1}{13}K_{пр}(13f) -$$

$$\left. - \frac{1}{15}K_{пр}(15f) - \frac{1}{17}K_{пр}(17f) + \frac{1}{19}K_{пр}(19f) + \cdots\right]. \quad \text{(II.55)}$$

Данное выражение принято называть *формулой Кольтмана*. Она показывает, что, экспериментально определив функцию $K_{пр}(f)$ для решеток с П-образным распределением яркости, методом пересчета можно найти ПЧХ системы, т. е. функцию $K(f)$.

П р и м е р. Из экспериментально найденной кривой функции $K_{пр}(f)$, которая показана на рис. II.11 штриховой линией, найти ПЧХ системы.

Определим $K(f)$ для частоты 20 мм$^{-1}$. Из рисунка находим:

$$K_{\text{пр}}(20) = 0{,}98; \quad K_{\text{пр}}(3 \cdot 20) = K_{\text{пр}}(60) = 0{,}76;$$

$$K_{\text{пр}}(5 \cdot 20) = K_{\text{пр}}(100) = 0{,}33; \quad K_{\text{пр}}(7 \cdot 20) = K_{\text{пр}}(140) = 0{,}08.$$

Подставив эти значения в формулу (II.55), имеем:

$$K(20) = \frac{3{,}14}{4}\left(0{,}98 + \frac{1}{3}\,0{,}76 - \frac{1}{5}\,0{,}33 + \frac{1}{7}\,0{,}08\right) = 0{,}93.$$

Аналогичным образом находятся значения $K(f)$ и для других частот f и строится график пространственной частотной характеристики (показан на рис. II.11 сплошной линией).

Если ПЧХ найдено экспериментальным путем, ее целесообразно аппроксимировать наиболее удобной для математических преобразований функцией. Многими специалистами предлагались различные варианты аппроксимации ПЧХ. Примем для дальнейшего анализа кинематографических систем аппроксимацию функцией

$$K(f_x, f_y) = \exp\left\{-\left[m_x\left(\frac{f_x}{N_x}\right)^{n_x} + m_y\left(\frac{f_y}{N_y}\right)^{n_y}\right]\right\}, \qquad \text{(II.56)}$$

где m_x, m_y, n_x, n_y, N_x и N_y — постоянные для данной системы параметры, причем N_x и N_y — разрешающая способность системы вдоль осей $0x$ и $0y$.

Для изотропных систем по аналогии с выражением (II.56) напишем:

$$K(f) = \exp\left[-m\left(\frac{f}{N}\right)^n\right]. \qquad \text{(II.57)}$$

Когда частота f равна N, то $K(N) = K_{\text{пред}}$ (рис. II.13), где $K_{\text{пред}}$ — предельное значение контраста, воспринимаемое зрительным анализатором (считаем, что $T_{\text{вх}} = 1$). Следовательно, можем написать:

$$K(N) = K_{\text{пред}} = \exp(-m) = e^{-m},$$

откуда

$$m = -\ln K_{\text{пред}}.$$

Величина $K_{\text{пред}}$ зависит от зашумленности изображения, а также от шумовых процессов в зрительном анализаторе. Из опыта установлено, что для условий наблюдения изображения в кинотеатре $K_{\text{пред}} = 0{,}02 \div 0{,}03$ или в среднем $K_{\text{пред}} = 0{,}025$, поэтому

$$m = -\ln(0{,}025) = 3{,}7$$

и формула (II.57) принимает вид:

$$K(f) = \exp\left[-3{,}7\left(\frac{f}{N}\right)^n\right]. \qquad \text{(II.58)}$$

Частота f_e, для которой $K(f_e)$ равно e^{-1}, называется *критической частотой*. Для $K(f) = K(f_e)$ можем написать:

$$K(f_e) = \exp\left[-3{,}7\left(\frac{f_e}{N}\right)^n\right] = e^{-1}.$$

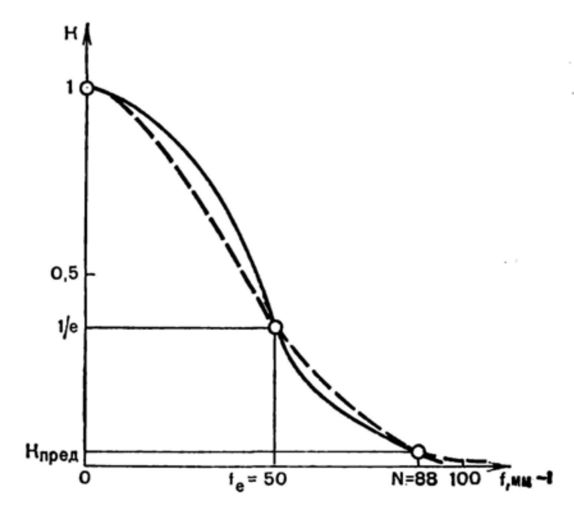


Рис. II.13. Пространственная частотная характеристика и график аппроксимирующей функции (штриховая линия)

Следовательно:

$$-1 = -3{,}7\left(\frac{f_e}{N}\right)^n,$$

откуда

$$n = \frac{\ln 3{,}7}{\ln N - \ln f_e} = \frac{\ln 3{,}7}{\ln\left(\frac{N}{f_e}\right)}. \qquad \text{(II.59)}$$

Таким образом, зная f_e и N, по формуле (II.59) находят показатель степени n аппроксимирующей функции. Во многих случаях оказывается достаточным произвести аппроксимацию по трем точкам: $K(0) = 1$; $K(f_e) = e^{-1}$; $K(N) = K_{\text{пред}}$ (показаны на рис. II.13 кружками).

Пример. Найти аппроксимирующую функцию для ПЧХ, определенной экспериментально (сплошная линия на рис. II.13). Из рис. II.13 имеем:

$$N = 88 \text{ мм}^{-1}; \quad f_e = 50 \text{ мм}^{-1}.$$

По формуле (II.59) определяем

$$n = \frac{\ln 3{,}7}{\ln\left(\frac{88}{50}\right)} = 2{,}3.$$

Следовательно:

$$K(f) = \exp\left[-3{,}7\left(\frac{f}{88}\right)^{2{,}3}\right].$$

(График функции показан на рис. II.13 штриховой линией.)

Поскольку ПЧХ однозначно связано преобразованием Фурье с ФРТ или с ФРЛ, то кинематографическая система и ее звенья полностью характеризуются любым из этих параметров. Поэтому безразлично, какой из них выбран для оценки воспроизводящих свойств системы. На практике предпочтение отдают ПЧХ, так как воспроизводящие свойства системы, составленной из последовательно соединенных звеньев, в данном случае определяются более простой операцией перемножения ПЧХ звеньев, чем сверткой ФРТ. Аналогично во многих случаях удобнее находить изображение на выходе системы путем умножения спектра входного изображения на ПЧХ системы, чем производить свертку функции, описывающей входное изображение, с ФРТ.

Поскольку в большинстве своем звенья кинематографической системы изотропны, то обычно систему оценивают одномерной ПЧХ.

§ II.5. ВОСПРОИЗВОДЯЩИЕ СВОЙСТВА ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В кинематографе к оптическим системам, образующим изображения в звеньях записи, преобразования и воспроизведения, относятся киносъемочный объектив, оптическая система кинокопировального аппарата оптической печати и кинопроекционный объектив. Все перечисленные оптические системы образуют действительные изображения.

Оптическая система называется *дифракционно ограниченной*, если она преобразует расходящуюся сферическую световую волну, исходящую из точечного источника, в новую идеальную сферическую волну, которая сходится в точке, лежащей в плоскости изображения. В реальных оптических системах это свойство имеет место для конечной области в плоскости предметов.

Если в действительности фронт волны от точечного источника после выходного зрачка оптической системы значительно отличается от идеальной сферической волны, то система имеет аберрации. Причем величина интервала между реальной световой волной на выходе оптической системы и идеальной сферической поверхностью, отсчитанная по нормали к сферической поверх-

ности, называется *волновой аберрацией*. При небольшой величине волновых аберраций, не превышающей четверти длины волны света, систему можно рассматривать как дифракционно ограниченную. В этом случае говорят, что она удовлетворяет критерию Рэлея.

Для дифракционно ограниченных систем ПЧХ определяется дифракцией в зрачках и зависит только от формы, размера и по-

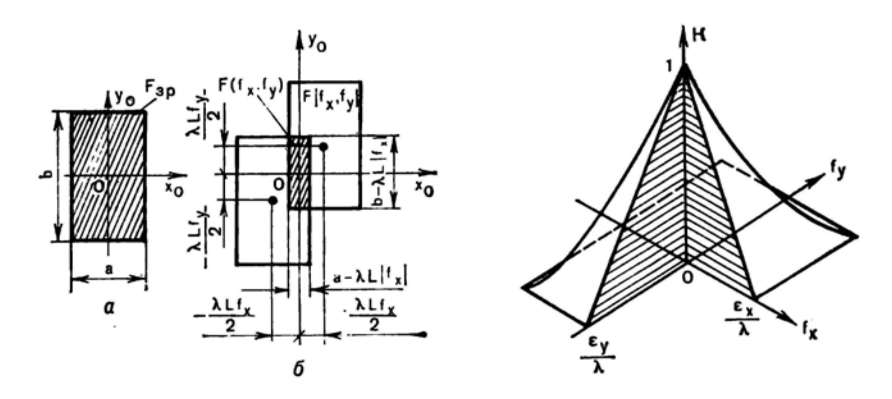


Рис. II.14. К определению пространственной частотной характеристики дифракционно ограниченного объектива с прямоугольным зрачком

Рис. II.15. Пространственная частотная характеристика дифракционно ограниченного объектива с прямоугольным зрачком

ложения зрачка относительно плоскости изображения. Известно [35], что для дифракционно ограниченных систем ПЧХ вычисляется по формуле:

$$K(f_x, f_y) = \frac{\iint\limits_{-\infty}^{\infty} P\left(x_0 - \frac{\lambda L f_x}{2},\ y_0 - \frac{\lambda L f_y}{2}\right) P\left(x_0 + \frac{\lambda L f_x}{2},\ y_0 + \frac{\lambda L f_y}{2}\right) dx_0 dy_0}{\iint\limits_{-\infty}^{\infty} P(x_0,\ y_0)\, dx_0 dy_0}, \quad \text{(II.60)}$$

где $P(x_0, y_0)$ — так называемая *функция зрачка*, равная единице в пределах зрачка оптической системы и равная нулю вне этих пределов; x_0 и y_0 — пространственные координаты в плоскости зрачка; λ — длина волны света; L — расстояние от зрачка до плоскости изображения.

Выражение (II.60) допускает довольно простую геометрическую интерпретацию. Пусть, например, зрачок имеет прямоугольную форму (рис. II.14, *а*). Знаменатель дроби в правой части ра-

венства (II.60) равен площади зрачка $F_{зр}$. Числитель же представляет собой площадь $F(f_x, f_y)$ перекрытия двух смещенных функций зрачка (заштриховано на рис. II.14, *б*), середина одной из которых лежит в точке с координатами $\left(\frac{\lambda L f_x}{2}, \frac{\lambda L f_y}{2}\right)$, а середина другой — в диаметрально противоположной точке

$$\left(-\frac{\lambda L f_x}{2}, -\frac{\lambda L f_y}{2}\right).$$

Следовательно:

$$K(f_x, f_y) = \frac{F(f_x, f_y)}{F_{зр}}. \qquad (II.61)$$

Данная геометрическая интерпретация показывает, что ПЧХ дифракционно ограниченной оптической системы всегда действительна, неотрицательна и равна нулю выше определенного значения f_x или f_y.

Пример 1. Найти ПЧХ, ФРТ и ФРЛ дифракционно ограниченного объектива с прямоугольным зрачком. Зрачок объектива имеет размеры сторон, равные a и b. Согласно рис. II.14 можем написать:

$$F(f_x, f_y) = \begin{cases} (a - \lambda L\,|f_x|)(b - \lambda L\,|f_y|) \text{ при } |f_x| \leqslant \\ \qquad \leqslant \dfrac{a}{\lambda L} \text{ и } |f_y| \leqslant \dfrac{b}{\lambda L}; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

$$F_{зр} = ab.$$

Подставляя полученные значения $F(f_x, f_y)$ и $F_{зр}$ в формулу (II.61), находим:

$$K(f_x, f_y) = \begin{cases} \left(1 - \dfrac{\lambda L}{a}\,|f_x|\right)\left(1 - \dfrac{\lambda L}{b}\,|f_y|\right) \text{ при } |f_x| \leqslant \dfrac{a}{\lambda L}; \\ \qquad |f_y| \leqslant \dfrac{b}{\lambda L}; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \qquad (II.62)$$

Если объектив строит изображение удаленных объектов, то оно находится в его фокальной плоскости. Тогда L равно фокусному расстоянию объектива, а отношения $\frac{a}{L}$ и $\frac{b}{L}$ являются относительными отверстиями ε_x и ε_y в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. В этом случае формула (II.62) принимает вид:

$$K(f_x, f_y) =$$

$$= \begin{cases} \left(1 - \frac{\lambda}{\varepsilon_x} \mid f_x \mid\right)\left(1 - \frac{\lambda}{\varepsilon_y} \mid f_y \mid\right) \text{ при } \mid f_x \mid \leqslant \frac{\varepsilon_x}{\lambda}; \ \mid f_y \mid \leqslant \frac{\varepsilon_y}{\lambda}; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \quad \text{(II.63)}$$

(График функции показан на рис. II.15.)

Предельные частоты, выше которых $K(f_x, f_y) = 0$, определяются выражениями:

$$f_{x\,\text{пред}} = \frac{\varepsilon_x}{\lambda} \text{ и } f_{y\,\text{пред}} = \frac{\varepsilon_y}{\lambda}.$$

Имея ПЧХ объектива с прямоугольным зрачком, найдем ФРТ и ФРЛ. Поскольку функция $K(f_x, f_y)$ является функцией с разделяющимися переменными, ФРТ находим одномерными обратными преобразованиями Фурье каждого из сомножителей:

$$E'_\text{т}(x, y) = E'_{\text{т}x}(x)\, E'_{\text{т}y}(y) =$$

$$= \frac{\varepsilon_x}{\lambda} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{x\varepsilon_x}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon_y}{\lambda} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{y\varepsilon_y}{\lambda}. \quad \text{(II.64)}$$

ФРЛ находим на основе равенств (II.21) и (II.64):

$$E'_\text{л}(x) = A \frac{\varepsilon_x}{\lambda} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{x\varepsilon_x}{\lambda}.$$

Постоянный множитель A определяем из условия (II.24) нормирования функции $E'_\text{л}(x)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} A \frac{\varepsilon_x}{\lambda} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{x\varepsilon_x}{\lambda}\, dx = 1.$$

Поскольку

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon_x}{\lambda} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{x\varepsilon_x}{\lambda}\, dx = 1,$$

то $A = 1$, а

$$E'_\text{л}(x) = \frac{\varepsilon_x}{\lambda} \operatorname{sinc}^2 \pi \frac{x\varepsilon_x}{\lambda}. \quad \text{(II.65)}$$

(График функции приведен на рис. II.16.)

П р и м е р 2. Найти ПЧХ, ФРТ и ФРЛ дифракционно ограниченного объектива с круглым зрачком диаметром d.

При круглой форме зрачка (рис. II.17, *а*) ПЧХ будет обладать круговой симметрией, поэтому достаточно ограничиться определением ПЧХ вдоль одной из осей, проходящих через начало координат. Пространственную частоту обозначим радиус-век-

тором ρ, равным $\rho=\sqrt{f_x^2+f_y^2}$. Площадь половины области перекрытия смещенных функций зрачка может быть найдена как разность площадей сектора и треугольника OAB (рис. II.17, *б*):

$$\frac{F(\rho)}{2}=\frac{\pi d^2\alpha}{8\pi}-\frac{1}{2}\,\frac{\lambda L\rho}{2}\,AB=\frac{d^2}{8}\,2\arccos\left(\frac{\lambda L\rho}{d}\right)-$$

$$-\frac{\lambda L\rho}{2}\sqrt{\frac{d^2}{4}-\left(\frac{\lambda L\rho}{2}\right)^2}.$$

Откуда

$$F(\rho)=\frac{d^2}{2}\arccos\left(\frac{\lambda L\rho}{d}\right)-\frac{\lambda L\rho d}{2}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda L\rho}{d}\right)^2}.$$

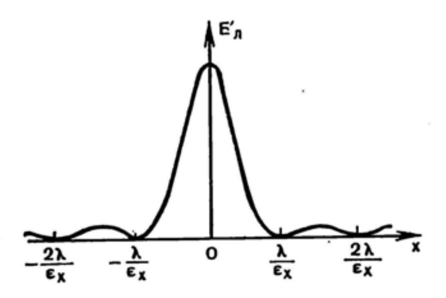


Рис. II.16. График функции рассеяния линии дифракционно ограниченного объектива с прямоугольным зрачком

Эти равенства справедливы при $\rho\leqslant\frac{d}{\lambda L}$. Площадь зрачка равна:

$$F_{\text{зр}}=\pi\,\frac{d^2}{4}.$$

Поскольку $F(f_x,\ f_y)=F(\rho)$, а $K(f_x,\ f_y)=K_0(\rho)$, то в соответствии с формулой (II.61) можем написать: $K_0(\rho)=\frac{F(\rho)}{F_{\text{зр}}}$. Подставляя в это равенство значения $F(\rho)$ и $F_{\text{зр}}$, имеем:

$$K_0(\rho)=\begin{cases}\frac{2}{\pi}\left[\arccos\left(\frac{\lambda L\rho}{d}\right)-\frac{\lambda L\rho}{d}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda L\rho}{d}\right)^2}\right] \text{ при } \rho\leqslant\frac{d}{\lambda L};\\ 0 \text{ в остальных случаях.}\end{cases}$$

При образовании изображений удаленных объектов отноше-

ние $\frac{d}{L}$ равно относительному отверстию ε объектива и формула принимает вид:

$$K_0(\rho) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\left[\arccos\left(\frac{\lambda\rho}{\varepsilon}\right) - \frac{\lambda\rho}{\varepsilon}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda\rho}{\varepsilon}\right)^2}\right] \text{при } \rho \leqslant \frac{\varepsilon}{\lambda}; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \quad \text{(II.66)}$$

График функции в прямоугольных координатах f_x, f_y показан на рис. II.18.)

Поскольку ПЧХ системы с объективом с круглым зрачком обладает круговой симметрией, то, как было показано выше,

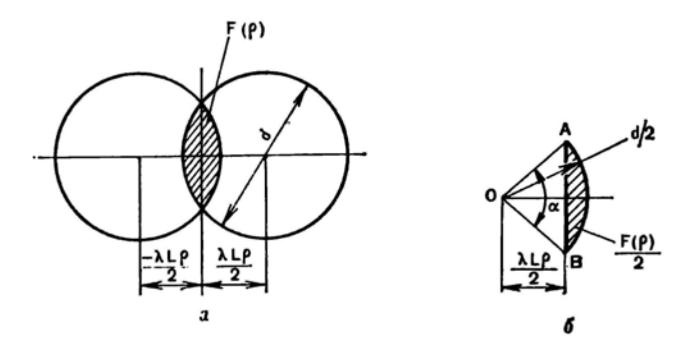


Рис. II.17. К определению пространственной частотной характеристики дифракционно ограниченного объектива с круглым зрачком

сечение функции $K_0(\rho)$ плоскостью, проходящей через начало координат $f_x 0 f_y$, дает одномерную ПЧХ $K(f)$, равную преобразованию Фурье ФРЛ. Следовательно, считая, что $\rho = f$, а $K_0(\rho) = K(f)$, можем на основе формулы (II.66) написать:

$$K(f) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\left[\arccos\left(\frac{\lambda f}{\varepsilon}\right) - \frac{\lambda f}{\varepsilon}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda f}{\varepsilon}\right)^2}\right] \text{при } |f| \leqslant \frac{\varepsilon}{\lambda}; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

ФРТ для объектива с круглым зрачком определяют обратным преобразованием Ганкеля функции $K_0(\rho)$, т. е.

$$E'_{\text{т}}(r) = \frac{2J_1^2\left(\pi\frac{\varepsilon r}{\lambda}\right)}{\left(\pi\frac{\varepsilon r}{\lambda}\right)^2},$$

где $J_1(r)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Обозначив r в безразмерных оптических единицах в соответствии с формулой

$$r_i = \pi \frac{\varepsilon}{\lambda} r,$$

имеем:

$$E'_{т}(r_i) = \frac{2J_1^2(r_i)}{r_i^2}. \qquad (II.67)$$

График функции $E'_{т}(r)$ приведен на рис. II.19. Из рисунка следует, что в центре изображения имеется светлый кружок диа-

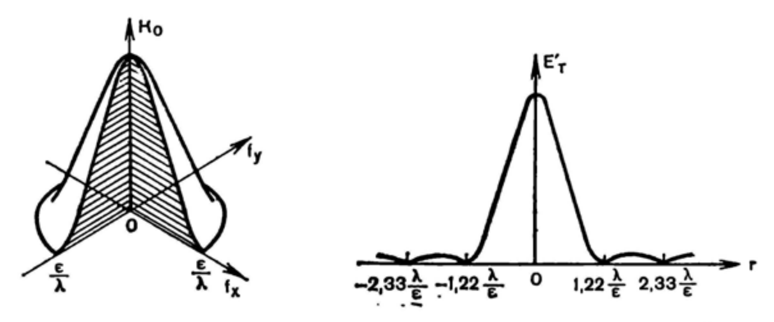


Рис. II.18. Пространственная частотная характеристика дифракционно ограниченного объектива с круглым зрачком

Рис. II.19. График функции рассеяния точки дифракционно ограниченного объектива с круглым зрачком

метром $2{,}44\frac{\lambda}{\varepsilon}$, окруженный чередующимися темными и светлыми кольцами. Центральное светлое пятно называют *кружком Эри*. Поскольку разрешающая способность объектива с круглым зрачком $N \approx \frac{\varepsilon}{\lambda}$, то диаметр кружка Эри приближенно равен $\frac{2{,}5}{N}$.

Функция рассеяния линии объектива с круглым зрачком может быть найдена двумя путями: обратным одномерным преобразованием Фурье функции $K(f)$ или на основе равенства (II.22) по заданной ФРТ $E'_{т}(r_i)$.

Найдем ФРЛ, используя второй путь. Подставив значение $E'_{т}(r_i)$ из формулы (II.67) в выражение (II.22), имеем:

$$E'_{л}(x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2J_1^2(r_i)}{r_i^2}\, dy_i.$$

Здесь x_i и y_i — координаты вдоль осей $0x$ и $0y$, выраженные в оптических единицах.

Поскольку

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \text{ то } y_i = \sqrt{r_i^2 - x_i^2} \text{ и } dy_i' = \frac{r_i dr_i}{\sqrt{r_i^2 - x_i^2}}.$$

Следовательно:

$$E_л'(x_i) = 4 \int_{x_i}^{\infty} \frac{J_1^2(r_i)}{r_i \sqrt{r_i^2 - x_i^2}}\, dr_i. \qquad \text{(II.68)}$$

Интегралу в правой части равенства присвоено имя *Струве*, который его исследовал [34] и представил в виде суммы ряда:

$$E_л'(x_i) = 1 - \frac{4}{3 \cdot 5} x_i^2 + \frac{4^2}{3 \cdot 5^2 \cdot 7} x_i^4 - \frac{4^3}{3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 9} x_i^6 + \cdots \qquad \text{(II.69)}$$

Определение функции рассеяния края для объективов с прямоугольным зрачком приведено на стр. 58 (пример 1).

Функция рассеяния края для объективов с круглым зрачком найдена Струве [34] и выражена им в виде суммы ряда:

$$E_к'(x_i) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \left\{ \frac{2x_i}{3} - \frac{(2x_i)^3}{3^2 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{(2x_i)^5}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 5 \cdot 7} - \cdots \right\}.$$

Приведенные формулы справедливы для определения ПЧХ, ФРТ, ФРЛ и ФРК оптических систем с хорошо исправленными аберрациями (волновая аберрация не превышает четверти длины волны). Если реальные киносъемочные объективы при съемках задиафрагмированы до относительных отверстий 1 : 5,6 ÷ 1 : 8 и более (что имеет место при киносъемках на натуре), то их допустимо рассматривать как дифракционно ограниченные.

Как следует из приведенных примеров, нахождение ПЧХ дифракционно ограниченных систем представляет собой сравнительно простую задачу. Если форма зрачка очень сложна, значения $K(f_x, f_y)$ для ряда дискретных частот рассчитывают с помощью планиметра или цифровой вычислительной машины. По полученным данным строят ПЧХ.

Аналитический вывод формул для нахождения ПЧХ, ФРТ, ФРЛ или ФРК для оптических систем, имеющих значительные остаточные аберрации, в большинстве случаев вызывает известные технические трудности. Определение ПЧХ подобных систем

на практике обычно производят при помощи электронных вычислительных машин или экспериментально.

Схема прибора для экспериментального определения ПЧХ объективов показана на рис. II.20. Осветитель *1* освещает тест-объект — миру *2* с косинусоидальным или прямоугольным распределением коэффициента пропускания. Мира расположена в

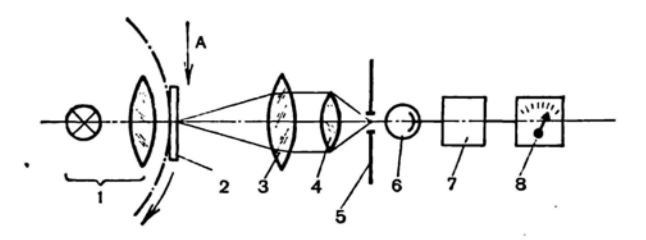


Рис. II.20. Схема установки для экспериментального определения пространственных частотных характеристик объективов

фокальной плоскости коллиматора *3*. Испытуемый объектив *4* изображает миру в фокальной плоскости, в которой находится щелевая диафрагма *5*. За щелевой диафрагмой помещен фотодатчик *6* с усилителем *7*. Чтобы найти значения $E'_{вых\,max}$ и $E'_{вых\,min}$, миру перемещают в направлении стрелки *A*, определяя по показаниям прибора *8* максимальное и минимальное значения освещенности. Затем для заданной пространственной частоты миры по формуле (II.50) вычисляют контраст изображения, а по формуле (II.51) находят значения $K(f)$. Заменив миру, определяют аналогичным образом значения $K(f)$ для других частот и таким образом строят ПЧХ объектива. Если для измерений была использована мира с П-образным распределением коэффициента пропускания, то по формуле (II.55) Кольтмана производят пересчет коэффициента передачи контраста для синусоидальной миры.

Изложенная методика экспериментального определения ПЧХ оптических систем довольно трудоемка и требует набора мир различной пространственной частоты. Поэтому был предложен другой метод, основанный на преобразовании выходного сигнала изображения, выраженного функцией пространственных координат, в электрический сигнал, описываемый функцией времени.

Из формулы (II.52) следует, что П-образная решетка состоит из множества гармоник различной частоты. Аналогично и выходной сигнал изображения, как показывает формула (II.53), состоит из множества гармоник той же частоты. Если бы удалось на выходе системы выделить отдельные гармоники из ряда, определяющего изображение П-образной решетки, и замерить их амплитуду, то открылась бы возможность, используя лишь одну испытательную решетку, построить ПЧХ системы. Однако

решить эту задачу чисто оптическим путем очень трудно. Поэтому на практике поступают следующим образом. Вместо испытательной миры 2 (см. рис. II.20) устанавливают вращающийся с постоянной скоростью барабан, показанный на рисунке штрихпунктирной линией. На цилиндрической поверхности барабана изготовлены прозрачные щели, расположенные на равных расстояниях друг от друга. Испытуемый объектив 4 строит изображение цилиндрической поверхности барабана в плоскости щелевой диафрагмы 5. Поскольку во время измерений барабан вращается, то изображения щелей барабана перемещаются относительно щелевой диафрагмы, при этом выходной пространственный сигнал изображения преобразуется во временно́й сигнал, который трансформируется фотодатчиком 6 в электрический сигнал.

На выходе системы к фотодатчику подсоединен электронный анализатор спектра или избирательный электрический фильтр, который подавляет все гармонические составляющие, выделяя только составляющую заданной частоты. Определив амплитуду данной гармонической составляющей на выходе системы и зная ее амплитуду на входе системы, находят коэффициент передачи контраста для данной частоты. Выделив гармонические составляющие другой частоты, аналогичным образом определяют значения коэффициента передачи контраста и строят ПЧХ объектива.

Необходимо, однако, отметить, что если ширина прозрачных участков П-образной решетки, изготовленной на цилиндрической поверхности барабана, равна половине шага решетки T (см. рис. II.12), то, как следует из формулы (II.52), амплитуды гармоник на входе системы быстро уменьшаются по мере увеличения частоты. Последнее приводит к уменьшению точности замеров на высоких частотах. Для устранения этого недостатка имеет смысл прозрачные участки решетки делать по возможности у́же. В пределе, если ширина щелей значительно меньше шага решетки, то допустимо считать, что входное изображение решетки описывает последовательность дельта-функций:

$$E'_{\text{вх}}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nT)\, T.$$

Разложив эту периодическую функцию в ряд Фурье, имеем

$$E'_{\text{вх}}(x) = 1 + 2\cos 2\pi \frac{x}{T} + 2\cos 2\pi 2 \frac{x}{T} + 2\cos 2\pi 3 \frac{x}{T} + \cdots$$

Из полученного выражения следует, что все гармонические составляющие на входе системы имеют одну и ту же амплитуду. Следовательно, точность замеров в этом случае для всех частот будет одинакова. Изложенная методика нахождения ПЧХ оптических систем нашла довольно широкое распространение на практике.

Иногда для нахождения ПЧХ оптических систем используют и косвенные методы. Они основаны на экспериментальном определении ФРЛ или ФРК с последующим пересчетом значений ПЧХ.

Оптические системы, являясь достаточно линейными, не удовлетворяют полностью условию пространственной инвариантности. По мере удаления от оптической оси ФРТ, в основном вследствие аберраций, изменяют свою функциональную форму. Поэтому плоскость изображений обычно разбивают на участки, для которых система приблизительно инвариантна. Оценивая киносъемочные или кинопроекционные объективы, часто приводят ПЧХ не только для середины поля изображения, но и для полевых точек.

§ II.6. ВОСПРОИЗВОДЯЩИЕ СВОЙСТВА КИНОПЛЕНОК

Зернистая структура непроявленного эмульсионного слоя кинопленок служит причиной рассеяния света в нем. В результате оптическое изображение на поверхности эмульсионного слоя, характеризующееся *наложенным* распределением освещенностей, преобразуется и возникает новое изображение, характеризующееся *действующим* распределением освещенностей. Действующие освещенности $E'(x, y)$ обусловливают (при заданной выдержке) соответствующее распределение экспозиций. Поэтому их называют иногда *экспозиционными* или *эффективными освещенностями*, которые и определяют распределение плотностей после проявления кинопленки, т. е. фотографическое изображение объекта.

Если на поверхность эмульсионного слоя *1* кинопленки наложить диафрагму *2* (рис. II.21) с предельно узкой щелью и осветить, то за счет взвешенных в желатине кристаллов галогенида

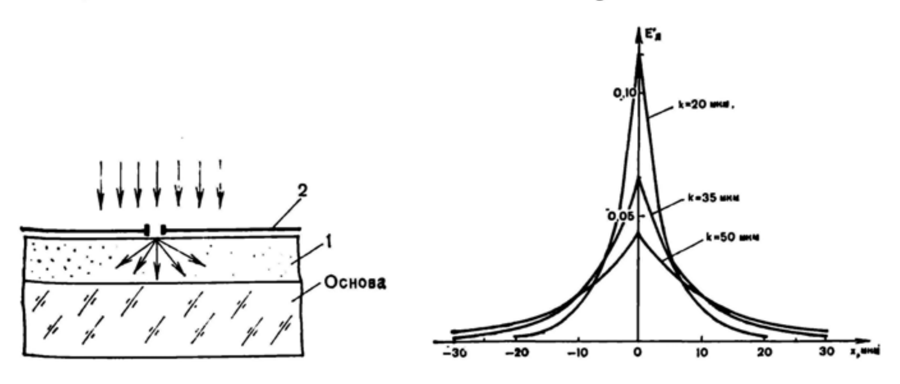


Рис. II.21. Рассеяние света в эмульсии кинопленок
Рис. II.22. Графики функции рассеяния Фризера

серебра свет будет рассеян и попадет за края щелевого отверстия. Образующееся действующее распределение освещенности выражает функция рассеяния линии $E'_л(x)$.

На практике широко распространена найденная из экспериментальных данных функция рассеяния линии, которую принято называть *функцией рассеяния Фризера*:

$$E'_л(x) = \frac{\ln 10}{k} \exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}|x|\right), \qquad (II.70)$$

где k — постоянная Фризера, имеющая размерность длины и выраженная в микрометрах. В точках $x = \pm\frac{k}{2}$ освещенность равна 0,1 освещенности в середине изображения (т. е. при $x = 0$). Значение постоянной k колеблется от $k = 20$ мкм для малочувствительных до $k = 50$ мкм для высокочувствительных эмульсий, а в некоторых случаях достигает $k = 80$ мкм.

На рис. II.22 приведен общий вид графиков функций рассеяния Фризера для различных значений k.

Поскольку эмульсионный слой изотропен, то ФРЛ полностью характеризует его воспроизводящие свойства.

На основе функции рассеяния Фризера найдем ПЧХ кинопленок. В соответствии с формулами (II.44) и (II.70) имеем:

$$K(f) = \frac{\ln 10}{k}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}|x|\right)\exp(-i\,2\pi f x)\,dx.$$

Так как функция $E'_л(x)$ четная, то эту формулу можем переписать так:

$$K(f) = \frac{2\ln 10}{k}\int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}x\right)\cos 2\pi f x\,dx.$$

Произведя интегрирование, получим:

$$K(f) = \frac{\left(\frac{2\ln 10}{k}\right)^2}{\left(\frac{2\ln 10}{k}\right)^2 + (2\pi f)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi f k}{\ln 10}\right)^2}. \qquad (II.71)$$

Определим теперь функцию рассеяния края. Из выражений (II.30) и (II.70) находим:

$$E'_к(x) = \frac{\ln 10}{k}\int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}|x_1|\right)dx_1. \qquad (II.72)$$

Если $x \leqslant 0$, то

$$E'_к(x)=\frac{\ln 10}{k}\int\limits_{-\infty}^{x}\exp\left(\frac{2\ln 10}{k}x_1\right)dx_1=\frac{1}{2}\exp\left(\frac{2\ln 10}{k}x\right).$$

При $x>0$ выражение (II.72) представим в виде:

$$E'_к(x)=\frac{\ln 10}{k}\int\limits_{-\infty}^{0}\exp\left(\frac{2\ln 10}{k}x_1\right)dx_1+$$

$$+\frac{\ln 10}{k}\int\limits_{0}^{x}\exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}x_1\right)dx_1,$$

но

$$\frac{\ln 10}{k}\int\limits_{-\infty}^{0}\exp\left(\frac{2\ln 10}{k}x_1\right)dx_1=\frac{1}{2},$$

а

$$\frac{\ln 10}{k}\int\limits_{0}^{x}\exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}x_1\right)dx_1=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}x\right),$$

поэтому

$$E'_к(x)=1-\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}x\right).$$

Следовательно, в общем случае

$$E'_к(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\exp\left(\frac{2\ln 10}{k}x\right) & \text{при } x\leqslant 0;\\ 1-\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{2\ln 10}{k}x\right) & \text{при } x>0.\end{cases}$$

Для нахождения ПЧХ кинопленок по формуле (II.71) необходимо знать величину постоянной Фризера k, которая может быть найдена только экспериментальным путем. Однако на практике часто предпочитают непосредственное экспериментальное нахождение ПЧХ без предварительного нахождения постоянной Фризера.

При экспериментальном определении ПЧХ кинопленок необходимо учитывать следующее. Рассматривая эмульсию светочувствительного материала как систему, преобразующую наложенное распределение освещенности в действующее, можно считать ее линейной и пространственно инвариантной. Однако после проявления кинопленки условие линейности нарушается, поскольку плотности участков негатива за счет нелинейности

фотографического процесса могут быть не пропорциональны величине логарифмов действующей освещенности. Эксперимент по нахождению ПЧХ кинопленок должен быть поставлен так, чтобы исключить влияние нелинейности фотографического процесса на получаемый результат. Последнее достигается следующим образом.

На испытуемый образец кинопленки контактно или оптически (с использованием высококачественного объектива) впечатывает-

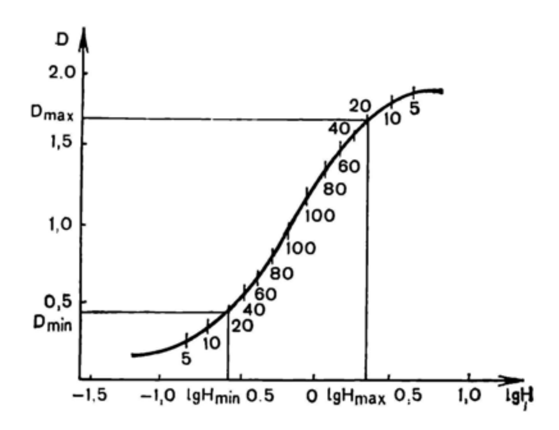


Рис. II. 23. Характеристическая кривая кинопленки

ся изображение миры с синусоидальным или П-образным распределением коэффициента пропускания и оптический клин. После проявления кинопленки на микрофотометре замеряются максимальные и минимальные плотности почернения в изображении миры и плотности полей в изображении оптического клина.

Затем строится характеристическая кривая (рис. II.23) и на нее наносятся значения максимальных D_{max} и минимальных D_{min} плотностей участков изображения миры с указанием соответствующей пространственной частоты изображения решетки. Из графика находят логарифмы максимального H_{max} и минимального H_{min} количеств освещения для каждой частоты изображения решетки (на рисунке показаны значения логарифмов количества освещения для частоты 20 мм$^{-1}$). Зная выдержку $t_в$, которая имела место при съемке, по формулам:

$$E'_{вых\,max} = \frac{H_{max}}{t_в} \quad и \quad E'_{вых\,min} = \frac{H_{min}}{t_в}$$

определяют максимальную $E'_{вых\,max}$ и минимальную $E_{вых\,min}$ действующие освещенности в изображении решетки. Эти значения подставляют в формулу (II.50) и находят значение контраста $T_{вых}(f)$ выходного изображения.

Затем, используя выражение (II.51), находят $K(f)$.

Если для испытаний была применена мира с П-образным распределением коэффициента пропускания, то по формуле Кольтмана пересчитывается коэффициент передачи контраста для синусоидальной решетки.

Изложенная методика позволяет исключить влияние нелинейности фотографического процесса на получаемый результат. Однако это имеет место только в том случае, когда отсутствует фотографическая печать изображения. Действительно, после обработки негатива изображение синусоидальной миры за счет нелинейности фотографического процесса уже не характеризуется гармоническим законом распределения коэффициентов пропускания и система негатив — позитив, строго говоря, не может считаться линейной. Эта система ведет себя как достаточно линейная только при выполнении определенных условий.

Положим, что запись изображения производится в пределах прямолинейного участка характеристической кривой. В этом случае плотность негатива будет равна:

$$D = \gamma_н \lg (E' t_в) - D_0, \tag{II.73}$$

где D_0 — значение D в точке, в которой продолжение прямолинейного участка характеристической кривой пересекает ось $0D$; $\gamma_н$ — коэффициент контрастности негативной кинопленки (равен тангенсу угла наклона прямолинейного участка характеристической кривой). Поскольку плотность негатива связана с его коэффициентом пропускания $\tau_н$ равенством

$$D = \lg \left(\frac{1}{\tau_н}\right),$$

то можем написать:

$$\lg \tau_н = -\gamma_н \lg (E' t_в) + D_0$$

или

$$\tau_н = 10^{D_0} (E' t_в)^{-\gamma_н}. \tag{II.74}$$

Введем обозначение:

$$K_н = 10^{D_0} t_в^{-\gamma_н}. \tag{II.75}$$

Значения D_0, $\gamma_н$, и $t_в$ для данной кинопленки и для заданных условий киносъемки являются постоянными величинами. Следовательно, $K_н$ также величина постоянная. На основе выражений (II.74) и (II.75) имеем:

$$\tau_н = K_н E'^{-\gamma_н}. \tag{II.76}$$

Во время печати негатив находится в контакте с неэкспонированной позитивной кинопленкой (считаем, что печать контактная) и освещается светом с интенсивностью E_0'. Освещенность позитивной кинопленки будет равна произведению $E_0'\tau_н$. Поэтому после проявления позитивная кинопленка будет иметь коэффициент пропускания, равный

$$\tau_п = K_п \left(E_0'\tau_н\right)^{-\gamma_п} = K_п E_0'^{-\gamma_п} K_н^{-\gamma_п} E'^{\gamma_н\gamma_п}, \qquad (II.77)$$

где $K_п$ — постоянная, аналогичная постоянной $K_н$; $\gamma_п$ — коэффициент контрастности позитивной кинопленки.

Обозначим

$$K = K_п E_0'^{-\gamma_п} K_н^{-\gamma_п}.$$

Для данной позитивной кинопленки и заданных условий печати все величины, входящие в правую часть равенства, являются постоянными, следовательно, $K = \text{const}$. Подставив K в формулу (II.77), имеем:

$$\tau_п = KE'^{\gamma_н\gamma_п}.$$

Отсюда следует, что *кинопозитив дает линейное отображение интенсивностей только тогда, когда запись и печать произведены в пределах прямолинейных участков характеристических кривых, а результирующий коэффициент контрастности $\gamma_н\gamma_п$ равен единице*. Данное условие часто называют *условием Гольдберга*.

Если интервал яркостей объекта не позволяет выполнить запись его изображения в пределах прямолинейного участка характеристической кривой, то возникают нелинейные искажения, проявляющиеся в том, что детали в темных или светлых участках воспроизводимого изображения оказываются преуменьшенными вплоть до их полной потери.

Фотографическое изображение состоит из непрозрачных зерен, поэтому при достаточном увеличении его неоднородность становится заметной. Впечатление неоднородности или неравномерности изображения, возникающее при рассматривании, называют *зернистостью*, а в случае объективной оценки пространственных флуктуаций пропускания света с помощью сканирующего прибора принято говорить о *гранулярности* (зашумленности).

§ II.7. ФИЛЬТРАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ЗРИТЕЛЬНЫМ АНАЛИЗАТОРОМ

Зрительный анализатор является конечным звеном кинематографической системы, и поэтому ее воспроизводящие свойства могут быть оценены только с учетом особенностей восприятия изображения человеком.

Зрительный анализатор содержит оптическую систему глаза, которая, как и любая другая оптическая система, оценивается объективными методами с использованием понятий ПЧХ, ФРТ, ФРЛ или ФРК. Многими исследователями эти зависимости найдены как экспериментальным, так и аналитическим методами. Однако для анализа восприятия изображения человеком более

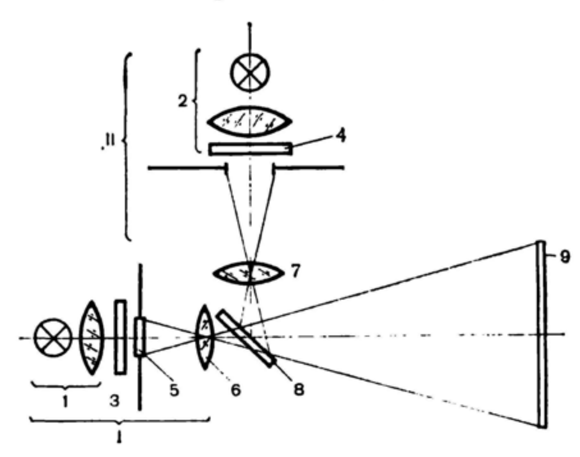


Рис. II.24. Схема установки для определения пороговых контрастов зрительного анализатора

важно уметь оценивать зрительный анализатор в целом, с учетом не только физических (объективных), но и субъективных психофизиологических факторов.

При субъективных измерениях должны приниматься во внимание условия наблюдения: яркость тест-объекта, расстояние от тест-объекта до наблюдателя, яркость фона адаптации, продолжительность рассматривания изображения и т. п. Только в первом приближении можно допустить, что зрительный анализатор является системой линейной и инвариантной к сдвигу, и применить для его оценки понятие «пространственная частотная характеристика».

Рассмотренный выше метод экспериментального определения ПЧХ оптических систем и кинопленок основан на измерении контраста выходного изображения периодической решетки (миры) при заданном постоянном контрасте решетки на входе. Данный метод не применим для определения ПЧХ зрительного анализатора, поскольку непосредственно определить контраст воспринимаемого зрителем изображения тест-объекта — задача чрезвычайно трудная. Вследствие этого многими исследователями используется косвенный метод определения ПЧХ зрительного анализатора. Он основан на предварительном определении зависимости пороговой контрастной чувствительности зрительного анализатора от пространственной частоты решетки. Причем под

пороговым контрастом понимается граничное значение контраста тест-объекта, начиная с которого зритель перестает замечать его периодическую структуру и воспринимает тест-объект как равномерно светящуюся плоскость.

Возможная схема установки для определения пороговых контрастов показана на рис. II.24. В установке используются два проекционных канала: *I* и *II* — с осветительными системами *1* и *2*. В кадровом окне проекционного канала *I* установлен тест-объект *5* — решетка с синусоидальным распределением коэффициента пропускания и заданной пространственной частотой. Объектив *6* проекционного канала *I* образует в плоскости экрана *9* изображение решетки, а объектив *7* проекционного канала *II* создает световой фон. Световые потоки проекционных каналов *I* и *II* объединяет полупрозрачное зеркало *8*, поэтому на экране *9* оба канала создают суммарную освещенность.

В оптических системах обоих проекционных каналов установлены дозаторы света *3* и *4*. Каждый из них представляет собой два поляроида, один из которых можно поворачивать вокруг оптической оси системы, изменяя ее коэффициент пропускания, а следовательно, и освещенность изображения решетки или светового фона на экране *9*.

Эксперимент состоит в следующем. Наблюдатель рассматривает изображение тест-объекта на экране *9*, постепенно снижая его контраст путем уменьшения коэффициента пропускания оптической системы проекционного канала *I* и одновременного пропорционального увеличения коэффициента пропускания оптической системы проекционного канала *II*. При этом он добивается такого значения контраста $T_{\text{пор}}$, при котором перестает замечать полосы в изображении тест-объекта. Изменение коэффициента пропускания оптических систем обоих проекционных каналов осуществляется таким образом, что средняя освещенность $E'_{\text{ср}}$ изображения на экране остается неизменной. Это необходимо для того, чтобы адаптация зрительного анализатора была постоянной.

На рис. II.25 штриховыми линиями показано распределение освещенностей $E'_1(x)$ и E'_2, создаваемое на экране проекционными каналами *I* и *II* соответственно. Образуемое на экране в результате сложения световых потоков обоих проекционных каналов изображение показывает кривая $E'(x)$, а среднее значение освещенности — прямая $E'_{\text{ср}}$. Будем считать, что приведенное на рис. II.25, *а* распределение освещенностей имеет достаточный для восприятия изображения решетки контраст.

Изменяя соотношение световых потоков проекционных каналов *I* и *II*, наблюдатель добивается незаметности изображения полос решетки. Положим, что этому соответствует распределение освещенностей $E'(x)$, показанное на рис. II.25, *б*. Тогда пороговый контраст определит формула:

$$T_{пор} = \frac{E'_{max} - E'_{min}}{E'_{max} + E'_{min}}.$$

Повторив эксперимент для тест-объектов с различной пространственной частотой, строят график зависимости $T_{пор}$ от пространственной частоты $f_э$, приведенной к поверхности экрана.

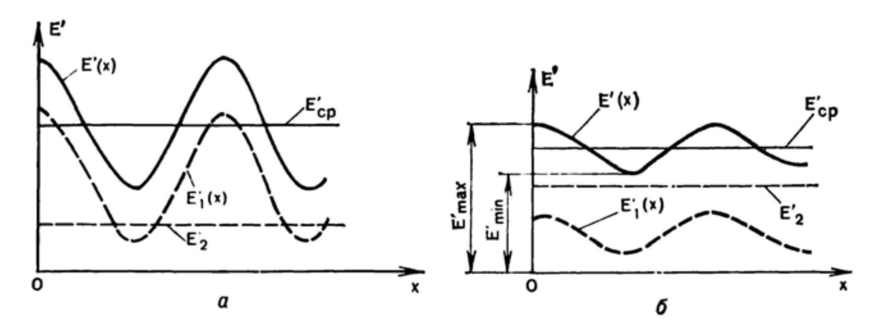


Рис. II.25. Распределение освещенности на экране установки для определения пороговых контрастов зрительного анализатора

Удобно привести эту частоту к поверхности сетчатки глаза, что осуществляется в соответствии с равенством:

$$f_c = f_э \frac{S}{f'_{зр}},$$

где f_c — пространственная частота, приведенная к поверхности сетчатки; S — расстояние от наблюдателя до экрана; $f'_{зр}$ — фокусное расстояние оптической системы глаза.

Исследования показывают, что кривая пороговых контрастов, определяемая функцией $T_{пор}(f_c)$, зависит от размеров изображения тест-объекта, его средней яркости, расстояния от наблюдателя до экрана, зашумленности изображения и т. п. Для условий, близких к условиям рассматривания изображения с лучших мест в кинотеатре, кривая пороговых контрастов имеет вид, приведенный на рис. II.26, *а*. Анализ этого рисунка показывает, что функция $T_{пор}(f_c)$ имеет минимум на частотах 8—10 мм$^{-1}$. При частоте $f_c = 140$ мм$^{-1}$ график функции достигает максимума, равного единице. Возрастание функции $T_{пор}(f_c)$ на низких частотах (менее 8—10 мм$^{-1}$), по мнению многих исследователей, — следствие взаимодействия процессов возбуждения и торможения, возникающих в нервной системе. Увеличение функции $T_{пор}(f_c)$ на высоких частотах (выше 8—10 мм$^{-1}$) свидетельствует о фильтрующем действии зрительного анализатора. Наибольшая пороговая контрастная чувствительность зрительного анализатора (на частотах 8—10 мм$^{-1}$) позволяет различать изображение тест-

объекта при его контрасте всего лишь 0,02. Назовем такой контраст минимальным и обозначим T_{min}.

Пороговый контраст показывает величину контраста $T_{вх}$ изображения на входе зрительного анализатора. Если знать соответствующий ему контраст $T_{вых}$ изображения на выходе зрительного анализатора, то отношение $\frac{T_{вых}}{T_{вх}}$ и даст значение

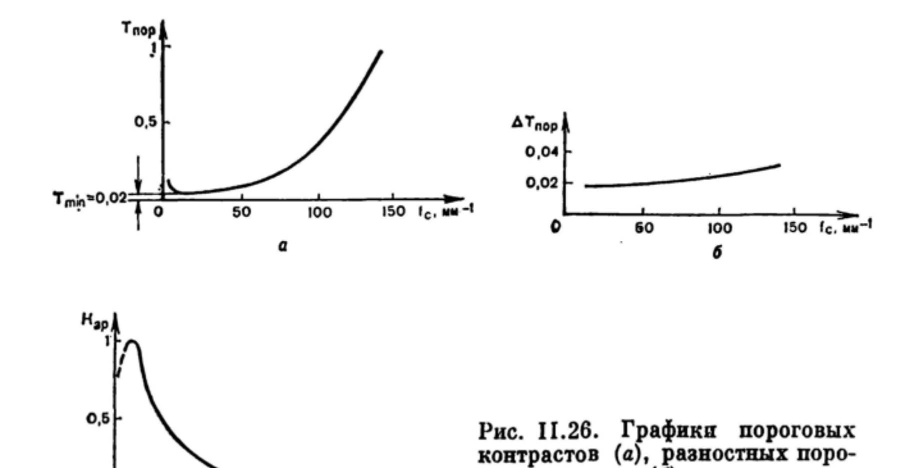


Рис. II.26. Графики пороговых контрастов (*а*), разностных порогов контраста (*б*) и пространственной частотной характеристики (*в*) зрительного анализатора

коэффициента передачи контраста в зрительном анализаторе, т. е. его ПЧХ.

Для определения значений $T_{вых}$ служит метод пороговых приращений. Пусть наблюдатель рассматривает два расположенных рядом изображения решеток, которые отличаются только лишь контрастом. Контраст одного изображения равен пороговому контрасту, контраст второго изображения постепенно увеличивается. Сначала, когда контрасты обоих изображений примерно одинаковы, наблюдатель не замечает разницы в изображениях. Но когда контраст второго изображения достигнет определенного значения T, наблюдатель четко заметит различие в изображениях. Та наименьшая разница контрастов $\Delta T_{пор} = T - T_{пор}$, которую в данных условиях можно обнаружить зрительно, называется *разностным порогом контрастов*. Вполне понятно, что разностный порог контрастов зависит от шумовых процессов, происходящих в зрительном анализаторе. Он и определяет значение контраста $T_{вых}$ на выходе зрительного анализатора, если на вход подано изображение решетки с контрастом $T_{пор}$. Опыт показывает, что значение $\Delta T_{пор}$ на частоте 8—10 мм$^{-1}$ примерно соответствует величине T_{min}. По мере увеличения частоты f_c

значение $\Delta T_{пор}$ несколько возрастает (рис. II.26, *б*) и в среднем составляет 0,025.

Таким образом, $T_{вых}(f_c) = \Delta T_{пор}(f_c)$, поэтому в соответствии с формулой (II.51) можем написать, что ПЧХ зрительного анализатора определяет выражение:

$$K_{зр}(f_c) = \frac{\Delta T_{пор}(f_c)}{T_{пор}(f_c)}. \qquad (II.78)$$

На основе данного выражения и кривых, показанных на рис. II.26, *а* и II.26, *б*, на рис. II.26, *в* построена ПЧХ зрительного анализатора*.

Зрительный анализатор — система нелинейная, особенно в области нижних пространственных частот, поэтому применение ПЧХ зрительного анализатора возможно только для приближенного анализа преобразований изображений в сквозном кинематографическом процессе. Исследования показывают, что лишь на высоких частотах (более 15—20 мм$^{-1}$) зрительный анализатор ведет себя, как достаточно линейная система.

§ II.8. ОЦЕНКА ВОСПРОИЗВОДЯЩИХ СВОЙСТВ КИНЕМАТОГРАФИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотренные выше параметры линейной воспроизводящей системы ФРТ, ФРЛ, ФРК и ПЧХ определяют такие важные субъективно оцениваемые показатели качества изображения, как четкость и резкость. Все перечисленные параметры несут в себе полную информацию о воспроизводящих свойствах кинематографической системы, однако, как указывалось, предпочтение отдают ПЧХ.

Если система состоит из n звеньев, то ее ПЧХ равна произведению:

$$K(f) = \prod_{i=1}^{i=n} K_i(f),$$

где $K_i(f)$ — функция, описывающая ПЧХ i-го звена.

Для оценки системы до фильмокопии включительно необходимо перемножить ПЧХ киносъемочного объектива, негативной кинопленки, кинопленок, используемых для получения промежуточного позитива, контратипа и массовой фильмокопии. На рис. II.27 приведены ПЧХ реального киносъемочного объектива ($K_{со}$), цветной негативной кинопленки ($K_{нп}$) и цветной позитивной кинопленки ($K_{пп}$). Будем условно считать, что ПЧХ кинопленок, используемых для получения промежуточного позитива,

---

* Кривые, приведенные на рис. II.26, получены А. К. Кулаковым в Ленинградском институте киноинженеров.

контратипа и фильмокопии, одинаковы и описываются функцией $K_{\text{пп}}(f)$, тогда ПЧХ системы до фильмокопии включительно будет равна произведению:

$$K_{\text{фк}}(f) = K_{\text{со}}(f)\, K_{\text{нп}}(f)\, K^3{}_{\text{пп}}(f).$$

График этой функции показан на рис. II.27 (кривая $K_{\text{фк}}$).

Для нахождения ПЧХ системы до экрана включительно необходимо $K_{\text{фк}}(f)$ умножить на ПЧХ кинопроекционного объек-

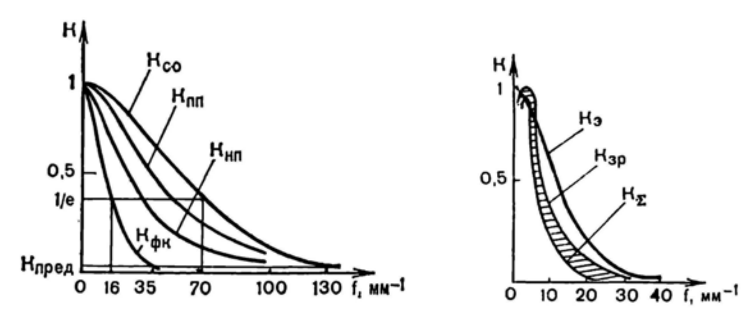


Рис. II.27. Пространственные частотные характеристики звеньев кинематографической системы

Рис. II.28. К определению пространственной частотной характеристики всей кинематографической системы, включая зрительный анализатор

тива. Допустимо принять, что ПЧХ киносъемочного и кинопроекционного объективов одинаковы, тогда ПЧХ всей системы до экрана

$$K_{\text{э}}(f) = K_{\text{фк}}(f)\, K_{\text{со}}(f).$$

Кривая $K_{\text{э}}$ на рис. II.28 показывает эту функцию.

Приведенные расчеты велись в предположении, что кинематографическая система несколько идеализирована, т. е. не учтены искажения, которые могут возникнуть при киносъемке, печати и кинопроекции. Они обусловлены возможным сдвигом кинопленки вдоль или поперек оси киносъемочного или кинопроекционного объектива во время киносъемки или кинопроекции, сдвигом кинопленки относительно негатива или неплотным контактом между ними при печати.

Эти искажения, конечно, ухудшают качество изображения, но принципиально их можно предельно снизить, установив оптимальные условия киносъемки, печати и кинопроекции. В случае же необходимости указанные искажения могут быть учтены.

Для оценки воспроизводящих свойств кинематографической системы приведем к плоскости кинопленки ПЧХ зрительного анализатора.

Лучшие места в кинотеатре, как известно, находятся на расстоянии от $2B_э$ до $3{,}5B_э$, где $B_э$ — ширина экрана. Условимся, что зрители находятся на расстоянии $3{,}5B_э$ от экрана. Если считать, что фокусное расстояние оптической системы глаза равно 16,7 мм, то ее линейное увеличение при рассматривании изображения на экране будет определено равенством:

$$\beta_{зр} = \frac{16{,}7}{3{,}5B_э} = \frac{4{,}8}{B_э}.$$

Линейное же увеличение кинопроекционного объектива, очевидно, равно:

$$\beta_п = \frac{B_э}{b_к},$$

где $b_к$ — ширина кадра на фильмокопии.

Поскольку $b_к = 22$ мм, то

$$\beta_п = \frac{B_э}{22}.$$

Следовательно, линейное увеличение системы глаз наблюдателя — кинопроекционный объектив определяют произведением:

$$\beta = \beta_п\beta_{зр} = \frac{4{,}8}{B_э}\,\frac{B_э}{22} = 0{,}22.$$

Приведем теперь пространственные частоты от поверхности сетчатки к плоскости фильмокопии:

$$f = \beta f_c = 0{,}22 f_c. \qquad (II.79)$$

На рис. II.28 дана ПЧХ зрительного анализатора ($K_{зр}$), приведенная к поверхности фильмокопии на основе формулы (II.79) и рис. II.26, *в*. На рис. II.28 дана также результирующая ПЧХ (K_Σ) всей кинематографической системы, вплоть до зрителя. Она определяется произведением:

$$K_\Sigma(f) = K_э(f)\,K_{зр}(f).$$

Заштрихованная область показывает, насколько снизилась ПЧХ системы по сравнению с той, какой она была бы при непосредственном наблюдении объекта, изображение которого проецируется на экран. Если бы ПЧХ всей системы (включая зрителя) не отличалась от ПЧХ зрительного анализатора, то наблюдатель воспринял бы изображение на экране так же, как и сам объект. Для этого ПЧХ кинематографической системы до экрана должна быть равна единице для всей полосы частот, пропускаемой зрительным анализатором. Однако к этому стремиться вряд ли необходимо. Вероятно, понижение ПЧХ всей системы (включая зрительный анализатор) до некоторых пределов не вызовет заметного зрителю снижения четкости и резкости изображения.

Нахождение этих пределов возможно на основе экспериментальных исследований с использованием методов психофизики. Однако, чтобы найти функциональную зависимость между объективными параметрами системы и субъективной оценкой качества изо-

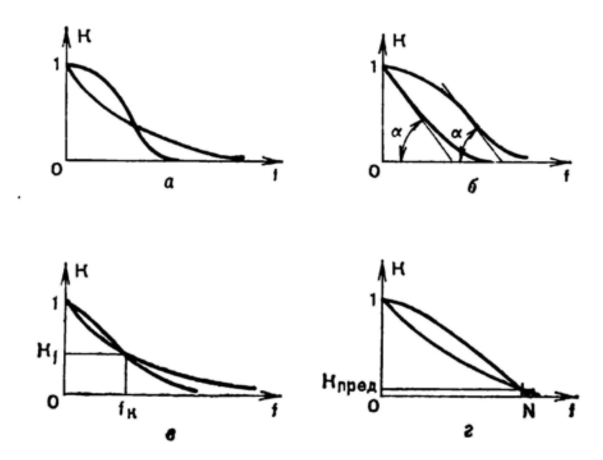


Рис. II.29. Пространственные частотные характеристики, ограничивающие одинаковую площадь (*а*), имеющие одинаковый максимальный угол наклона (*б*), имеющие одну общую точку (*в*), и систем с одинаковой разрешающей способностью (*г*)

бражения, необходимо уметь количественно оценивать воспроизводящие свойства кинематографической системы.

Попытки найти критерии для количественной оценки ФРЛ, ФРК и ПЧХ делались многими исследователями. Так, например, было предложено оценивать ПЧХ площадью, которую она ограничивает, тангенсом максимального угла наклона ПЧХ по отношению к оси $0f$, значением коэффициента передачи контраста для какой-либо определенной частоты, значением частоты для какой-нибудь определенной величины коэффициента передачи контраста. Все перечисленные способы не обеспечивают достаточно полной оценки ПЧХ. Действительно, как следует из рис. II.29, *а*, ПЧХ, ограничивающие одинаковую площадь, определяемую формулой

$$F = \int_{0}^{N} | K(f) | \, df,$$

могут иметь совершенно различную форму. Аналогично и максимальный угол наклона кривой ПЧХ α (см. рис. II.29, *б*) может быть одинаковым у ПЧХ, отличающихся своей формой. Значение ПЧХ, равное, например, K_f, как показано на рис. II.29, *в* для

заданной частоты $f_к$, также не оценивает однозначно ПЧХ, поскольку через точку с координатами K_f, $f_к$ можно провести бесчисленное множество различных по форме кривых. Наконец, наиболее распространенное на практике определение воспроизводящих свойств системы с помощью разрешающей способности N, т. е. частоты, для которой значение коэффициента передачи контраста равно величине $K_{пред}$ (рис. II.29, *г*), также не может однозначно оценить воспроизводящие свойства системы, поскольку через одну точку с координатами $K_{пред}$, N может быть проведено множество кривых.

Перечисленные способы количественной оценки воспроизводящих свойств системы не имеют достаточного физического обоснования и в этом отношении примерно равноценны. Они могут дать лишь приближенную количественную оценку воспроизводящих свойств кинематографической системы. Для нахождения метода количественной оценки ПЧХ систем, имеющего глубокое физическое обоснование, некоторые исследователи используют отдельные положения теории информации. Рассмотрим один из возможных путей решения данной проблемы.

Для оценки воспроизводящих свойств кинематографической системы ряд специалистов вводит понятие «информационная емкость системы». Под информационной емкостью понимается логарифм максимального количества различных изображений, которое может воспроизвести кинематографическая система. Причем считается, что появление любого, даже не имеющего смыслового содержания изображения равновероятно. Из этото следует, что чем больше информационная емкость системы, тем большее количество отличных друг от друга изображений может система воспроизвести, следовательно, каждое изображение несет в себе большее количество информации об объекте съемки, поэтому изображение воспринимается как более четкое и резкое.

Рассмотрим вначале дискретную воспроизводящую систему. Это может быть, например, получившая некоторое распространение для рекламных целей система с экраном, составленным из множества лампочек. Ее воспроизводящие свойства определяются количеством лампочек, составляющих «экран», которые в простейшем случае могут находиться в двух состояниях: включено — выключено.

Если экран содержит только четыре лампочки (рис. II.30, *а*) (ячейки) и каждая из них может иметь только два состояния, то, как следует из рис. II.30, *б*, максимальное количество M «изображений», воспроизводимых системой, равно 16. Это значение определяется как произведение количеств состояний каждой ячейки друг на друга:

$$M = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16.$$

Аналогично, если имеются те же четыре ячейки, но они могут находиться в трех состояниях (включено, включено в половину

накала, выключено), то количество «изображений» будет равно:

$$M = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81.$$

В общем же случае

$$M = L^m, \qquad \text{(II.80)}$$

где L — количество уровней яркости, которое обеспечивается каждой лампочкой (ячейкой); m — количество лампочек (ячеек).

Формула (II.80) дает результат, не отвечающий нашим обыденным представлениям о емкости системы. Действительно, если мы увеличим количество ячеек m в два раза (как показано на рис. II.30, *а* штриховыми линиями), то, казалось бы, емкость системы должна также увеличиться в два раза. Однако согласно формуле (II.80) при $L = 2$ и $m = 8$ емкость системы станет равна 256, т. е. увеличится в 16 раз. Устранить отмеченный недостаток легко — достаточно оценить систему в логарифмической мере, т. е. считать, что информационная емкость равна:

$$H' = \ln M \qquad \text{(II.81)}$$

или

$$H' = m \ln L. \qquad \text{(II.82)}$$

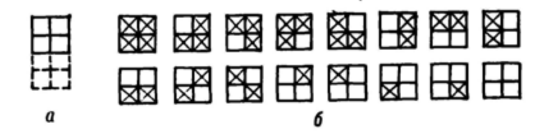


Рис. II.30. Ячейки, образующие дискретное «изображение» на экране

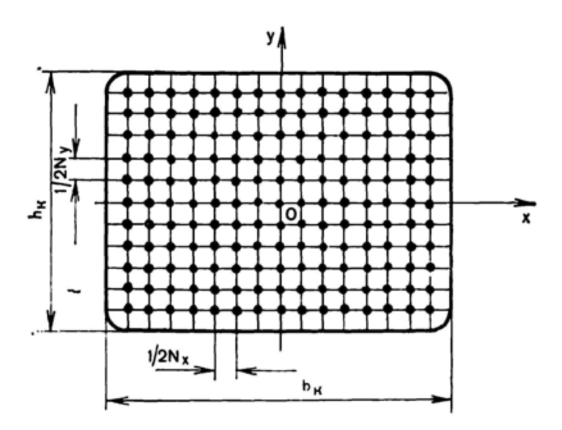


Рис. II.31. Условное разложение непрерывного изображения на элементы (ячейки)

Согласно формуле (II.82) увеличение количества ячеек m сопровождается пропорциональным увеличением информационной емкости H'.

Основание логарифмов в формуле (II.82) определяет единицы, в которых выражена информационная емкость. Если использованы натуральные логарифмы, то информационная емкость выражена в натуральных единицах. Часто применяют логарифмы при основании 2, тогда информационная емкость выражается в двоичных единицах, или битах.

Найдем теперь информационную емкость реальной кинематографической системы, в которой воспроизводимое изображение не дискретно в пространстве, а непрерывно. Его лишь условно можно представить себе дискретным. Действительно, если разрешающая способность системы вдоль осей $0x$ и $0y$ равна N_x и N_y, то в соответствии с теоремой Котельникова изображение можно воспроизвести с любой точностью по значениям освещенности (или яркости), взятым в точках, расположенных на расстояниях $1/2N_x$ и $1/2N_y$ друг от друга (рис. II.31). Если мы даже не условно, а действительно преобразуем входное изображение в дискретное, то зритель этого даже не заметит, поскольку все частоты, бо́льшие N_x и N_y, система подавит и изображение будет воспроизведено, как непрерывное.

Следовательно, если размер кадра кинофильма равен $h_к b_к$, то число ячеек в кадре

$$m = 4N_x N_y h_к b_к.$$

Подставляя это значение m в формулу (II.82), находим:

$$H' = 4N_x N_y h_к b_к \ln L. \qquad (II.83)$$

Из полученного выражения следует, что информационная емкость кинематографической системы зависит от размера кадра, разрешающей способности и количества L уровней яркости, которое в состоянии принять каждая ячейка.

Количество уровней яркости каждой ячейки может быть велико, если полностью отсутствует корреляция между соседними ячейками и их яркость независима друг от друга. Последнее имеет место только тогда, когда изображения соседних точек не перекрывают друг друга.

Выше было показано (см. § II.5), что дифракционно ограниченные объективы с круглым зрачком образуют изображения точек, в середине которых имеет место кружок Эри диаметром, приблизительно равным $2{,}5/N$. Допустимо считать, что примерно такой же диаметр имеют изображения точки, образованные не только объективом с круглым зрачком, но и другими звеньями кинематографической системы, а также и всей кинематографической системой в целом, имеющей разрешающую способность, равную N.

Учитывая, что расстояния между соседними ячейками во входном изображении равны всего лишь $1/2N_x$ и $1/2\,N_y$ (рис. II.32, *а*),

становится ясным, что в выходном изображении ФРТ вызывают корреляцию между соседними ячейками, поскольку они частично перекрывают друг друга, как это схематично показано на рис. II.32, *б*. Вследствие этого, если одна из ячеек имеет определенную яркость, то соседние ячейки тоже будут иметь зависящую от нее яркость. Последнее ограничивает возможное макси-

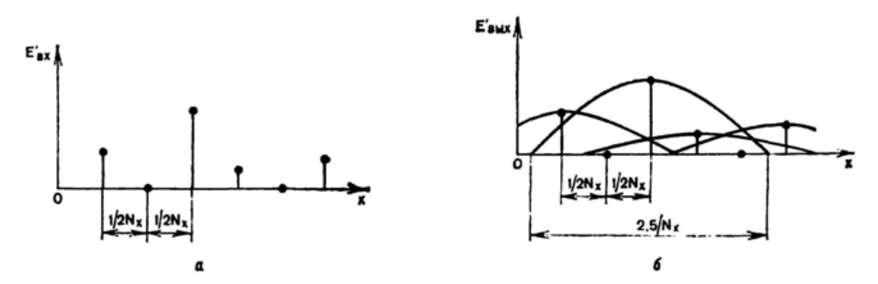


Рис. II.32. Распределение яркости вдоль оси $0x$ во входном (*а*) и выходном (*б*) изображениях

мальное значение интервала яркости, а следовательно, и возможное количество уровней яркости, которое могут принять соседние ячейки в выходном изображении. Следовательно, ФРТ, вызывая корреляцию между соседними ячейками, снижают информационную емкость системы. Как же количественно оценить эту потерю информационной емкости в реальной кинематографической системе, рассматриваемой нами как линейный фильтр пространственных частот? Чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к некоторым положениям теории информации.

В теории информации для описания свойств сообщений, вероятности которых заданы, введено понятие *энтропии*, определяемой по формуле:

$$H = -\sum_i p_i \ln p_i, \qquad \text{(II.84)}$$

где p_i — вероятность появления i-го сообщения. При этом выполняется условие нормирования:

$$\sum_i p_i = 1. \qquad \text{(II.85)}$$

Энтропия — мера количества информации, приходящегося на каждое сообщение, и достигает своего максимального значения в том случае, когда появление каждого сообщения равновероятно.

Положим, например, что количество сообщений равно M и появление каждого из них равновероятно. Тогда на основе выражения (II.85) находим, что вероятность появления каждого сообщения равна:

$$p_i = \frac{1}{M}.$$

Подставляя это значение p_i в формулу (II.84), имеем:

$$H = \ln M. \quad (II.86)$$

Изображение, воспроизводимое кинематографической системой, может быть рассмотрено как некое сообщение. Если появление любого изображения равновероятно, то его энтропия определяется по формуле (II.86). Из сопоставления выражений (II.81) и (II.86) вытекает, что

$$H' = H, \quad (II.87)$$

т. е. энтропия изображения, воспроизводимого кинематографической системой, равна ее информационной емкости. Такой же вывод следует и из физической сущности сформулированных выше определений информационной емкости кинематографической системы и энтропии.

Таким образом, выражение (II.83) дает значение не только информационной емкости системы, но и максимальной энтропии изображения, воспроизводимого ею. Следовательно, если будет найдена максимальная энтропия изображения на выходе кинематографической системы, то тем самым будет определена ее информационная емкость.

На основе равенств (II.83) и (II.87) находим, что максимальная энтропия изображения равна:

$$H = 4N_x N_y h_к b_к \ln L.$$

Множитель $\ln L$ показывает энтропию одной ячейки и называется *энтропией на степень свободы*. Обозначим:

$$H_n = \ln L, \quad (II.88)$$

тогда

$$H = 4N_x N_y h_к b_к H_n. \quad (II.89)$$

Энтропия в теории информации достаточно хорошо изучена. В частности, сформулирована теорема о потере энтропии в линейных фильтрах [97]. Эта теорема гласит: если сообщение, имеющее энтропию на степень свободы H_n в полосе частот N, пропускается через линейный фильтр с частотной характеристикой $K(f)$, то на выходе фильтра будет получено сообщение, имеющее энтропию на степень свободы, равную:

$$H_n = H_n + \frac{1}{N}\int_0^N \ln|K(f)|\,df. \quad (II.90)$$

Первое слагаемое в правой части данного равенства показывает энтропию на степень свободы входного сообщения, а второе — потерю энтропии на степень свободы в линейном фильтре. Второе слагаемое всегда отрицательно, поскольку $K(f) \leqslant 1$.

Вскроем физический смысл теоремы о потере энтропии в линейном фильтре. Принципиально количество уровней яркости, которое может иметь одна ячейка изображения, не ограничено, если система свободна от шума. В действительности же в кинематографической системе всегда имеет место шум, вызванный гранулярностью фотографического изображения и шумовыми процессами в зрительном анализаторе. Этот шум неизбежно ограничивает точность определения уровня яркости в каждом элементарном участке изображения, а следовательно, и количество градаций яркости, различаемых без ошибок.

Выше было показано, что если подать на вход системы гармонически изменяющийся сигнал с амплитудой, равной единице, то на выходе системы амплитуда сигнала будет равна значению ПЧХ для данной частоты, т. е. $K(f)$. Если же в системе имеется источник шума, то выходной сигнал будет смешан с шумом и его амплитуда может быть определена лишь с точностью, не превышающей амплитуды шумовых изменений освещенности или яркости. Именно шумовые процессы ограничивают максимальную частоту N гармонического сигнала, который возможно определить на выходе системы, т. е. ее разрешающую способность.

Допустимо считать, что амплитуда шумовых изменений яркости равна разностному порогу контрастов $\Delta T_{\text{пор}}$ изображения. Как было показано в § II.7, значение $\Delta T_{\text{пор}}$ примерно одинаково для всех частот, воспринимаемых зрительным анализатором, и для условия наблюдения изображения в кинотеатре лежит в пределах от 0,02 до 0,03 (см. рис. II.26, *б*). Примем среднее из этих значений, т. е.

$$\Delta T_{\text{пор}} = 0{,}025.$$

Таким образом, изменение выходного сигнала на величину, меньшую $\Delta T_{\text{пор}}$, определить нельзя. В первом приближении будем считать, что если на выходе системы амплитуда сигнала с частотой f равна $K(f)$, то количество уровней яркости, которое можно различить без ошибок, равно:

$$L(f) = \frac{K(f)}{\Delta T_{\text{пор}}}. \qquad \text{(II.91)}$$

Поэтому энтропию на степень свободы гармонического сигнала данной частоты определит равенство:

$$H_n'(f) = \ln \frac{K(f)}{\Delta T_{\text{пор}}}. \qquad \text{(II.92)}$$

Из этого выражения следует, что энтропия на степень свободы гармонического сигнала в системах с шумом зависит от его час-

тоты. По мере увеличения частоты значение $K(f)$ уменьшается, следовательно, уменьшается и количество воспринимаемых градаций яркости, а также и энтропия сигнала. Какое же значение энтропии на степень свободы следует принять при вычислении информационной емкости системы?

Поскольку нами принято, что информационная емкость системы равна логарифму максимального количества изображений, воспроизводимых ею, причем появление любого из них равновероятно, то и появление гармоник, составляющих выходное изображение с любой частотой в интервале от 0 до N, также равновероятно. Так как энтропия на степень свободы зависит от частоты, то, очевидно, при определении информационной емкости системы или энтропии изображения, появление которого равновероятно, следует принять среднее значение энтропии $H'_{n\,\text{ср}}$ в полосе частот от 0 до N.

В соответствии с теоремой о среднем значении и с учетом выражения (II.92) имеем:

$$H'_{n\,\text{ср}} = \frac{1}{N}\int_0^N \ln\frac{|K(f)|}{\Delta T_{\text{пор}}}df = \frac{1}{N}\int_0^N \ln|K(f)|\,df + \frac{1}{N}\int_0^N \ln\frac{1}{\Delta T_{\text{пор}}}df = \ln\frac{1}{\Delta T_{\text{пор}}} + \frac{1}{N}\int_0^N \ln|K(f)|\,df. \quad \text{(II.93)}$$

В общем случае максимальная амплитуда входного сигнала равна единице, поэтому его энтропия на степень свободы не зависит от частоты и равна:

$$H_n = \ln\frac{1}{\Delta T_{\text{пор}}}. \quad \text{(II.94)}$$

Подставив это значение H_n в формулу (II.93), получим:

$$H'_{n\,\text{ср}} = H_n + \frac{1}{N}\int_0^N \ln|K(f)|\,df.$$

Сопоставляя данное выражение с формулой (II.90), находим, что величина энтропии на степень свободы равновероятного сообщения, определяемая теоремой о потере энтропии в линейном фильтре, равна среднему значению энтропии в полосе частот от 0 до N. В этом и заключается физический смысл теоремы в применении к определению энтропии изображений, воспроизводимых кинематографической системой.

Формула (II.90) справедлива для одномерных сообщений. Поскольку преобразования изображения в кинематографической системе происходят в двумерном пространстве, то корреляция функций рассеяния точек имеет место вдоль осей $0x$ и $0y$.

Будем считать, что система изотропна, тогда $N_x = N_y = N$, а частота равна радиус-вектору ρ, причем $\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$. Рассуждая аналогично изложенному, находим, что количество различимых уровней яркости в гармоническом сигнале на выходе системы равно:

$$L(\rho) = \frac{K_0(\rho)}{\Delta T_{пор}},$$

а энтропия сигнала на степень свободы:

$$H_n'(\rho) = \ln \frac{K_0(\rho)}{\Delta T_{пор}}.$$

Среднее значение энтропии на степень свободы в полосе частот от 0 до N найдем, разделив объем, ограниченный графиком функции $\ln \frac{K_0(\rho)}{\Delta T_{пор}}$, обладающей круговой симметрией, на площадь πN^2 частотной области, в пределах которой $\rho \leqslant N$:

$$H_n' = \frac{1}{\pi N^2} \int_0^{2\pi}\int_0^N \rho \ln \left(\frac{|K_0(\rho)|}{\Delta T_{пор}}\right) d\rho d\varphi = \frac{2}{N^2}\int_0^N \rho \ln \left(\frac{|K_0(\rho)|}{\Delta T_{пор}}\right) d\rho =$$

$$= \frac{2}{N^2}\int_0^N \rho \ln \left(\frac{1}{\Delta T_{пор}}\right) d\rho + \frac{2}{N^2}\int_0^N \rho \ln |K_0(\rho)| \, d\rho =$$

$$= \ln \frac{1}{\Delta T_{пор}} + \frac{2}{N^2}\int_0^N \rho \ln |K_0(\rho)| \, d\rho.$$

Как и ранее, $\ln\frac{1}{\Delta T_{пор}}$ равно энтропии H_n на степень свободы входного сигнала, поэтому:

$$H_n' = H_n + \frac{2}{N^2}\int_0^N \rho \ln |K_0(\rho)| \, d\rho. \tag{II.95}$$

Обозначив площадь кадра $h_к b_к = F$ и считая, что $N_x = N_y = N$, на основе выражения (II.89) получим:

$$H = 4N^2 F H_n. \tag{II.96}$$

Данное выражение дает значение энтропии входного изображения. В результате воздействия кинематографической системы количество точек отсчета (ячеек) $4N^2F$ не изменилось. Величина же энтропии на степень свободы H_n претерпела изменение и стала равна значению H_n', определяемому формулой (II.95). Следовательно, энтропия выходного изображения и информационная

емкость изотропной системы на основе выражений (II.95) и (II.96) могут быть определены как

$$H' = 4N^2F\left[H_n + \frac{2}{N^2}\int_0^N \rho \ln \mid K_0(\rho) \mid d\rho\right]$$

или, принимая во внимание сечение ПЧХ плоскостью, проходящей через начало координат, будем иметь*:

$$H' = 4N^2F\left[H_n + \frac{2}{N^2}\int_0^N f \ln \mid K(f) \mid df\right]. \qquad \text{(II.97)}$$

Используем полученное равенство для оценки воспроизводящих свойств реальной кинематографической системы. Будем считать, что ПЧХ кинематографической системы и ее звеньев аппроксимирует функция (II.58). Подставив это значение в формулу (II.97) и произведя интегрирование, получим:

$$H' = 4N^2F\left(H_n - \frac{2\cdot 3,7}{n+2}\right).$$

Значение H_n находим из выражения (II.94), считая, что $\Delta T_{пор} = 0,025$:

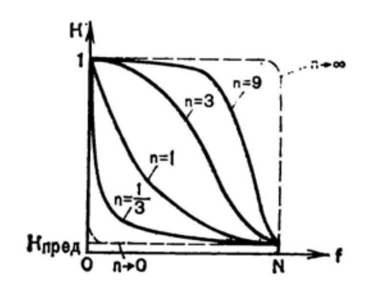


Рис. II.33. Формы пространственных частотных характеристик при различных значениях показателя степени аппроксимирующей функции

$$H_n = \ln\frac{1}{0,025} = 3,7.$$

Таким образом, окончательно имеем:

$$H' = 4\cdot 3,7N^2F\left(1 - \frac{2}{n+2}\right). \qquad \text{(II.98)}$$

Из полученного равенства следует, что информационная емкость зависит не только от N и F, но и от показателя степени n аппроксимирующей функции, который определяет форму ПЧХ. При стремлении n к бесконечности форма ПЧХ приближается к форме частотной характеристики идеального фильтра (рис. II.33), поэтому потери энтропии в полосе частот N не происходит и, как следует из формулы (II.98), информационная емкость стремится к своему предельному значению:

$$H'_{max} = 4\cdot 3,7N^2F,$$

---

* Вывод формулы (II.97) выполнен в упрощенном виде. Более строгий вывод формулы для потери энтропии в двумерном фильтре см. Röhler R. Information theorie in der Optik. Stutgart, 1967.

равному энтропии входного изображения. При устремлении же n к нулю, как и следовало ожидать, информационная емкость также стремится к нулю, поскольку ПЧХ при этом приближается к прямой $K = K_{пред}$ (см. рис. II.33). При n, равном 9, 3, 1 и 1/3, значения информационной емкости в соответствии с формулой (II.98) составляют соответственно $0{,}82H'_{max}$, $0{,}60H'_{max}$, $0{,}33H'_{max}$, $0{,}14H'_{max}$.

Если анализируется система с заданным размером кадра, то удобнее для ее оценки использовать понятие не информационной емкости, а *информационной плотности записи*, которая равна информационной емкости, отнесенной к единице площади носителя записи, т. е.

$$H'_p = \frac{H'}{F} = 4 \cdot 3{,}7N^2 \left(1 - \frac{2}{n+2}\right). \qquad \text{(II.99)}$$

Пример. Определить информационную плотность записи, обусловленную киносъемочным объективом и всей кинематографической системой до фильмокопии включительно, если элементы системы имеют ПЧХ, приведенные на рис. II.27.

Из рис. II.27 находим:

а) для объектива (кривая K_{co}) $N = 130$ мм$^{-1}$, $f_e = 70$ мм$^{-1}$;

б) для фильмокопии (кривая $K_{фк}$) $N = 35$ мм$^{-1}$, $f_e = 16$ мм$^{-1}$.

В соответствии с формулой (II.59) для объектива показатель степени

$$n = \frac{\ln 3{,}7}{\ln \frac{130}{70}} = 2{,}13.$$

Аналогично находим для фильмокопии $n = 1{,}67$. Подставляя значения n и N в формулу (II.99), имеем для объектива:

$$H'_p = 4 \cdot 3{,}7 \cdot 130^2 \left(1 - \frac{2}{2{,}13+2}\right) = 128\,000 \text{ нат. ед./мм}^2.$$

Подобным образом определяем для фильмокопии $H'_p = 8250$ нат.ед./мм². Таким образом, в результате фильтрующего действия элементов кинематографической системы информационная плотность записи на фильмокопии снижена по сравнению с исходным оптическим изображением более чем на порядок. Следует отметить, что при вычислениях приняты несколько завышенные данные. За счет ошибок, вносимых при киносъемке и печати, разрешающая способность N фильмокопии обычно не превышает 20—25 мм$^{-1}$.

Используя изложенную выше методику, можно решить много важных для практики задач. Она позволяет найти функциональную зависимость между объективными параметрами системы и субъективной оценкой качества изображения, а следовательно, сформулировать требования к воспроизводящим свойствам кинематографической системы, обеспечивающей воспроизведение изображения отличного качества с минимальными затратами на ее реализацию.

Глава III

ВРЕМЕННЫЕ И ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

§ III.1. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ВО ВРЕМЕНИ

Как известно [45], в современном театральном кинематографе при записи движущееся изображение подвергается дискретизации по аргументу t (времени). Это достигается записью последовательных кадров через интервалы времени, равные периоду смены кадров T_c. Частотой дискретизации является частота киносъемки ν_c (которую считаем равной частоте кинопроекции), причем $\nu_c = 1/T_c$. В киносъемочной аппаратуре с прерывистым движением кинопленки дискретизация изображения по аргументу t осуществляется в фильмовом канале аппарата, кадровое окно которого периодически перекрывается обтюратором. Киносъемка с дискретизацией изображения по аргументу t осуществляется также в аппаратах с оптической компенсацией, но в таких аппаратах кинопленка движется непрерывно, а изображения последующих кадров с помощью оптического компенсатора перемещаются синхронно с движением кинопленки в течение времени экспонирования каждого последовательного кадра. Известны и другие варианты построения аппаратов для записи движущегося изображения с дискретизацией по аргументу t (аппараты с оптической, механической, электрической, электронно-оптической коммутацией, с короткими выдержками и т. п. [28]). Во всех этих аппаратах в результате киносъемки получают серию кадров, на которых записаны отдельные фазы движения изображения. В театральном кинематографе исключительное применение получила киносъемочная аппаратура с прерывистым движением кинопленки.

На рис. III.1 показана геометрическая интерпретация дискретизации изображения по аргументу t. В результате дискретизации входного изображения $E'(x, y, t)$ получаем последовательность изображений (кадров) размером $h_к \cdot b_к$, которые определяются функциями двух переменных $E_n'(x, y)$. При анализе временных преобразований изображения будем рассматривать отдельный элементарный участок изображения с координатами x, y. Следовательно, записываемое, преобразуемое и воспроизводимое изображения будем выражать функцией одной переменной $E'(t)$.

На рис. III.2 дана эквивалентная схема преобразования сигнала изображения при его дискретизации по аргументу t. Входной сигнал $E_{вх}'(t)$ во всех случаях подвергается предваритель-

ной фильтрации по временны́м частотам посредством фильтра Φ_1, сглаживающего слишком быстрые изменения сигнала. В результате действия этого фильтра получаем усредненный во времени исходный сигнал $E'_и(t)$. Выделение из исходного сигнала отдельных дискретных значений происходит в дискретизаторе $Д$. На

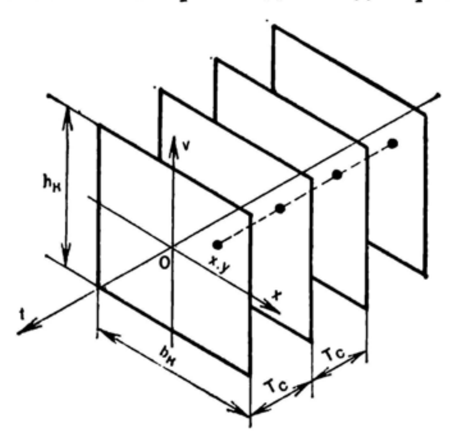


Рис. III.1. Геометрическая интерпретация дискретизации изображения в кинематографических системах

выходе этого устройства имеем прерывающийся во времени сигнал, описываемый функцией $E^*(t)$. На выходе системы имеется фильтр Φ_2, преобразующий функцию $E^*(t)$ в выходной сигнал $E'_{вых}(t)$.

Фильтры Φ_1 и Φ_2 оцениваются импульсными реакциями $E'_{01}(t)$ и $E'_{02}(t)$ или частотными характеристиками $K_1(\nu)$ и $K_2(\nu)$, где ν — временны́е частоты.

Поскольку фильтры Φ_1 и Φ_2 осуществляют фильтрацию нижних временны́х частот, их частотные характеристики называются *временны́ми частотными характеристиками* (ВЧХ).

Для того чтобы система воспроизвела неискаженное изображение после его дискретизации, фильтры Φ_1 и Φ_2 должны полностью подавлять в спектре сигнала часто́ты, большие половины частоты дискретизации, т. е. $\frac{\nu_c}{2} = \frac{1}{2\ T_c}$. В лучшем случае это должны быть идеальные фильтры, временны́е частотные характеристики которых выражает функция:

$$K_1(\nu) = K_2(\nu) = \mathrm{rect}\,(\nu T_c). \tag{III.1}$$

(График функции показан на рис. III.3.)

Как и ранее, считаем фильтрующую систему линейной и инвариантной к сдвигу, поэтому действие фильтра Φ_1 на сигнал $E'_{вх}(t)$

определяется сверткой функции $E'_{вх}(t)$ с импульсной реакцией $E'_{01}(t)$ фильтра Φ_1. Выполнив обратное преобразование Фурье функций $K_1(\nu)$ и $K_2(\nu)$, находим импульсные реакции фильтров Φ_1 и Φ_2:

$$E'_{01}(t) = E'_{02}(t) = \frac{1}{T_c}\,\mathrm{sinc}\,\pi\,\frac{t}{T_c}. \qquad \text{(III.2)}$$

Следовательно:

$$E'_{и}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(t_1)\,\frac{1}{T_c}\,\mathrm{sinc}\,\pi\,\frac{t-t_1}{T_c}\,dt_1. \qquad \text{(III.3)}$$

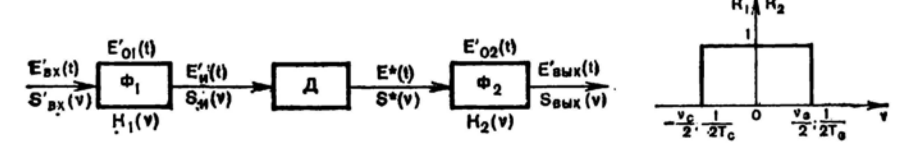


Рис. III.2. Эквивалентная схема кинематографической системы, осуществляющей дискретизацию сигнала изображения во времени

Рис. III.3. Временна́я частотная характеристика идеального фильтра нижних временны́х частот

Процесс дискретизации в устройстве $Д$ выражает в соответствии с функцией (I.19) формула:

$$E^*(t) = E'_{и}(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_c)\,T_c, \qquad \text{(III.4)}$$

где $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_c)\,T_c$ — дискретизирующая функция времени.

На выходе системы применен фильтр Φ_2, аналогичный фильтру Φ_1. Его действие на сигнал $E^*(t)$ определяется сверткой функций $E^*(t)$ и $E'_{02}(t)$:

$$E'_{вых}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E^*(t_1)\,\frac{1}{T_c}\,\mathrm{sinc}\,\pi\,\frac{t-t_1}{T_c}\,dt_1. \qquad \text{(III.5)}$$

Подставляя значение $E^*(t)$ из выражения (III.4) в формулу (III.5), имеем:

$$E'_{вых}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{и}(t_1) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t_1 - nT_c)\,T_c\,\frac{1}{T_c}\,\mathrm{sinc}\,\pi\,\frac{t-t_1}{T_c}\,dt_1.$$

Произведя интегрирование, находим:

$$E'_{\text{вых}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E'_{\text{н}}(nT_{\text{с}}) \operatorname{sinc} \pi \frac{t - nT_{\text{с}}}{T_{\text{с}}}. \quad \text{(III.6)}$$

Поскольку в результате действия фильтра Φ_1 функция $E'_{\text{н}}(t)$ не содержит частот, бо́льших $1/2T_{\text{с}}$, то она может быть представлена рядом Котельникова (см. формулу (I.23)):

$$E'_{\text{н}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E'_{\text{н}}(nT_{\text{с}}) \operatorname{sinc} \pi \frac{t - nT_{\text{с}}}{T_{\text{с}}}. \quad \text{(III.7)}$$

Из сопоставления равенств (III.6) и (III.7) следует, что

$$E'_{\text{вых}}(t) = E'_{\text{н}}(t),$$

т. е. на выходе системы восстановлен исходный сигнал $E'_{\text{н}}(t)$ без каких-либо искажений. Он отличается от входного тем, что его график имеет несколько сглаженный облик.

Выше было показано, что идеальные фильтры нижних частот в существующих кинематографических системах физически не реализуемы.

При создании новой киноаппаратуры следует стремиться к тому, чтобы ее фильтрующее действие приближалось к фильтрующему действию идеальных фильтров. Поскольку это не всегда удается, то в реальных системах в воспроизводимом изображении обычно имеют место искажения первого и второго рода, вызванные дискретизацией изображения по аргументу t. Возникновение искажений обусловлено наличием гармоник с временны́ми частотами, бо́льшими $1/2T_{\text{с}}$, в спектре записываемого изображения и неудовлетворительной фильтрацией нижних частот на выходе системы. Вполне понятно, что на входе системы фильтрация нижних временны́х частот должна осуществляться во время киносъемки, а на выходе системы — при кинопроекции.

§ III.2. ФИЛЬТРАЦИЯ ВРЕМЕННЫ́Х ЧАСТОТ ПРИ КИНОСЪЕМКЕ

Фильтрация нижних временны́х частот в спектре записываемого изображения должна проявляться в том, чтобы очень быстрые изменения изображения были сглажены или одинаково записаны на всех кадрах фильма. Например, если объектом съемки является качающийся маятник с периодом качания, меньшим $2T_{\text{с}} = \frac{2}{\nu_{\text{с}}}$, или какая-либо площадка, яркость которой изменяется по гармоническому закону с частотой, большей $\frac{\nu_{\text{с}}}{2} = \frac{1}{2T_{\text{с}}}$, то на всех кадрах изображения этих объектов следует записать одинаково. В этом случае воспроизвести движущиеся изображения будет невозможно.

Перед кинопленкой в киносъемочном аппарате расположены объектив и обтюратор. Является ли фильтром временных частот киносъемочный объектив? Очевидно, нет, поскольку все быстрые изменения объекта он воспроизведет в изображении, образуемом в плоскости кинопленки. От угла раскрытия обтюратора зависит выдержка во время киносъемки. Чем больше выдержка, тем бо́льшим будет смаз в изображении движущихся объектов, записанном на кинопленке. Если на кинопленке изображается элементарная площадка A (рис. III.4, a) объекта, которая за время выдержки $t_в$ перемещается в направлении стрелки $Б$ со скоростью v, на кинопленке будет записано не изображение элементарной площадки, а полоска длиной $l = t_в v$. Аналогично, если объектом служит маятник и период его качания равен выдержке $t_в$, на кинопленке будет записана дуга (рис. III.4, $б$) — траектория движения изображения маятника. Воспроизвести движение изображения маятника на экране не удастся, поскольку на каждом кадре будут записаны изображения ничем не отличающихся друг от друга дуг, прочерченных маятником во время его движения.

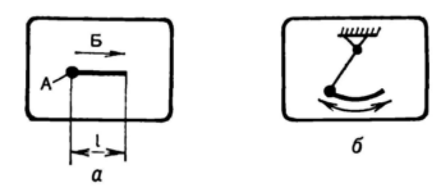


Рис. III.4. Запись на кинопленке изображения движущейся элементарной площадки (a) и качающегося маятника ($б$)

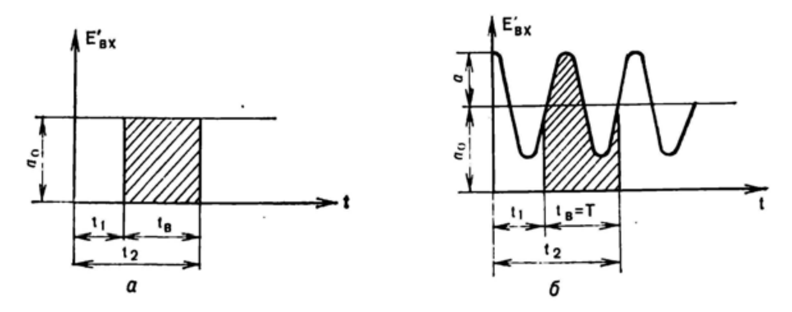


Рис. III.5. К определению экспозиции при киносъемке

Покажем, что если объектом является элементарная площадка и ее яркость изменяется по гармоническому закону с частотой, равной $1/t_в$, каждый кадр будет экспонирован одинаково и, де-

монстрируя полученный кинофильм, мы не сможем воспроизвести изменения яркости в изображении площадки на экране. Вначале будем считать, что яркость площадки постоянна и освещенность $E'_{вх}$ ее изображения на кинопленке равна a_0 (рис. III.5, *а*). Пусть начало экспонирования кинопленки происходит в момент времени t_1, а окончание экспонирования — в момент t_2, причем $t_2 - t_1 = t_в$. Величина экспозиции будет равна площади, заштрихованной на рис. III.5,*а*:

$$E'_и(t) = \int_{t_1}^{t_2} E'_{вх}(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_1+t_в} a_0 dt = a_0 t_в.$$

Теперь положим, что яркость площадки объекта изменяется по гармоническому закону с периодом $T = t_в$ и определяется функцией (рис. III.5, *б*):

$$E'_{вх}(t) = a_0 + a\cos 2\pi\,\frac{t}{T} = a_0 + a\cos 2\pi\,\frac{t}{t_в}.$$

Экспозиция кинопленки равна площади заштрихованного участка и определяется интегралом:

$$E'_и(t) = \int_{t_1}^{t_2} \left(a_0 + a\cos 2\pi\frac{t}{t_в}\right) dt.$$

Произведя интегрирование и учитывая, что $t_2 - t_1 = t_в$, находим, что

$$E'_и(t) = a_0 t_в.$$

Следовательно, каждый кадр кинофильма будет экспонирован так же, как и в предыдущем случае, когда яркость площадки была постоянной. Поэтому воспроизвести изменение яркости площадки при проекции полученного кинофильма на экран не удастся — каждый кадр кинофильма экспонирован одинаково и его коэффициент пропускания не изменяется от кадра к кадру.

Таким образом, процесс, аналогичный фильтрации временных частот при киносъемке, осуществляет обтюратор совместно с кинопленкой. Основную роль здесь выполняет интегрирующая способность кинопленки, благодаря которой все изменения изображения во время выдержки суммируются и записываются на ней.

В рассмотренных выше примерах считалось, что обтюратор, мгновенно открыв зрачок объектива, оставлял его в течение выдержки полностью открытым. В действительности обтюратор мгновенно не может перекрыть световой пучок, идущий от выходного зрачка киносъемочного объектива к определенной точке кинопленки. Плоскость обтюратора *2* (рис. III.6) всегда находится

на конечном расстоянии l от плоскости кинопленки *3*. Поэтому для пересечения пучка лучей, идущих от выходного зрачка объектива *1* к точке изображения на кинопленке, требуется время

$$t_{\text{нач}} = \frac{2\theta}{\omega},$$

где 2θ — угол, который образован касательными, проведенными из центра вращения обтюратора к окружности сечения конуса

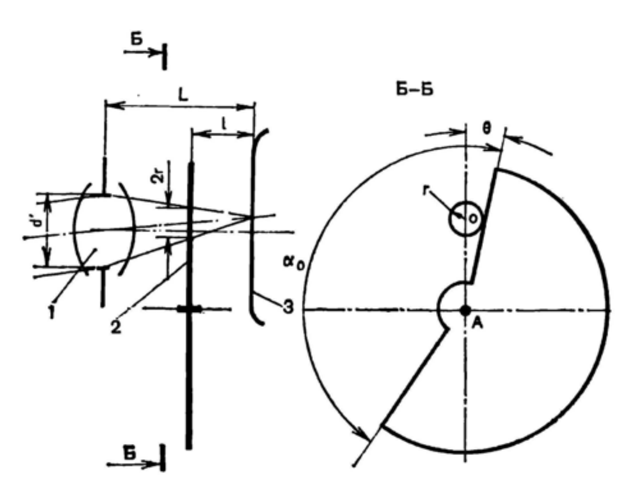


Рис. III.6. Перекрытие обтюратором киносъемочного аппарата пучка лучей, идущих от объектива к точке кинопленки

пучка лучей плоскостью лопасти обтюратора, а ω — угловая скорость вращения обтюратора. Полную же продолжительность экспонирования кинопленки можно найти из выражения:

$$t_{э} = \frac{\alpha_0 + 2\theta}{\omega},$$

где α_0 — угол раскрытия обтюратора.

Таким образом, освещенность изображения участков объектов постоянной яркости в течение времени экспонирования кинопленки оказывается непостоянной. Зависимость $E'_0(t)$ освещенности изображения равномерно светящейся элементарной площадки от времени в течение экспонирования одного кадра называется *характеристикой обтюрации киносъемочного аппарата*.

Найдем функцию, описывающую характеристику обтюрации киносъемочного аппарата при расположении обтюратора параллельно плоскости кинопленки, как показано на рис. III.6. Проведем из центра сечения пучка лучей O (рис. III.7, *а*) прямую OC, перпендикулярную кромке AB обтюратора, и соединим точку O

с точками B и D пересечения прямой AB с окружностью сечения светового пучка плоскостью обтюратора. Угол между прямыми OB и OD обозначим β.

На рис. III.7, *а* показано положение обтюратора в начале пересечения кромкой светового пучка, а на рис. III.7, *б* — положение обтюратора в конце пересечения кромкой светового пучка.

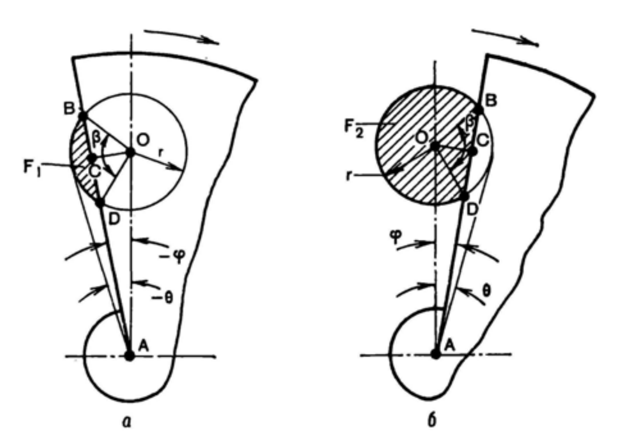


Рис. III.7. Сечение светового пучка кромкой лопасти обтюратора

За начало отсчета угла поворота обтюратора φ примем положение обтюратора, когда его кромка проходит через точку O. Если отсчет углов φ и θ ведется против часовой стрелки, эти углы считаются отрицательными, а если по часовой стрелке — положительными.

Полагая световой поток в световом пучке равномерно распределенным и пропорциональным площади его сечения, можно определить освещенность изображения точки как функцию площади сечения пучка, не перекрытого обтюратором. Если весь пучок не перекрыт обтюратором, то площадь его сечения

$$F_{\text{к}} = \pi r^2.$$

В данном случае освещенность изображения точки будет $E'_{\max}$. Если же световой поток частично перекрыт обтюратором и площадь сечения пучка, не перекрытого обтюратором, равна F, освещенность изображения точки будет равна:

$$E' = \frac{F}{F_{\text{к}}} E'_{\max}$$

или, если освещенность выразить в относительных единицах, то

$$E'_0 = \frac{E'}{E'_{\max}} = \frac{F}{F_{\text{к}}}. \tag{III.8}$$

На рис. III.7 площади сечения светового пучка, не перекрытые обтюратором, заштрихованы. Для случая $-\theta < \varphi < 0$ (рис. III.7, *а*) площадь F_1 заштрихованного сегмента может быть определена как разность площадей F_c сектора OBD и $F_т$ треугольника OBD. Из рис. III.7, *а* находим:

$$F_c = \pi r^2 \frac{\beta}{2\pi} = \frac{r^2\beta}{2}$$

и

$$F_т = \frac{1}{2}(BD)(OC) = (BC)(OC) = r^2 \sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2} = \frac{r^2}{2}\sin\beta.$$

Тогда

$$F_1 = F_c - F_т = \frac{r^2}{2}(\beta - \sin\beta) = \frac{F_к}{2\pi}(\beta - \sin\beta). \qquad \text{(III.9)}$$

Для случая, когда $0 < \varphi < \theta$ (рис. III.7, *б*), площадь F_2 заштрихованного участка может быть найдена как разность площади $F_к$ круга и площади F_1, не заштрихованного на рисунке сегмента, т. е.

$$F_2 = F_к - F_1 = F_к - \frac{F_к}{2\pi}(\beta - \sin\beta). \qquad \text{(III.10)}$$

Выражения (III.9) и (III.10) определяют площади сечения светового пучка как функции угла β.

Для нахождения площади сечения светового пучка как функции времени t вернемся к рис. III.7, *а*, из которого следует, что

$$OC = r\cos\frac{\beta}{2} = OA\sin(-\varphi)$$

или

$$\cos\frac{\beta}{2} = \frac{OA}{r}\sin(-\varphi) = \frac{\sin(-\varphi)}{\sin(-\theta)},$$

откуда

$$\beta = 2\arccos\frac{\sin(-\varphi)}{\sin(-\theta)} = 2\arccos\frac{\sin\varphi}{\sin\theta}. \qquad \text{(III.11)}$$

Для того чтобы найти функцию $F(t)$, заменим φ произведением ωt, т. е.

$$\beta = 2\arccos\frac{\sin\omega t}{\sin\theta}.$$

Тогда

$$F_1(t) = \frac{F_к}{2\pi}\left(2\arccos\frac{\sin\omega t}{\sin\theta} - \sin 2\arccos\frac{\sin\omega t}{\sin\theta}\right).$$

Обозначим:

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\left(2\arccos\frac{\sin\omega t}{\sin\theta}-\sin 2\arccos\frac{\sin\omega t}{\sin\theta}\right). \quad (III.12)$$

Следовательно:

$$F_1(t)=F_к f(t) \text{ и } F_2(t)=F_к-F_к f(t).$$

Определим освещенность (в относительных единицах) изображения точки как функцию времени:

$$E_0'(t)=\frac{F_1(t)}{F_к}=f(t) \text{ при } -\frac{\theta}{\omega}<t<0; \quad (III.13)$$

$$E_0'(t)=\frac{F_2(t)}{F_к}=1-f(t) \text{ при } 0<t<\frac{\theta}{\omega}. \quad (III.14)$$

Формулы (III.13) и (III.14) дают значения освещенности не только в начале экспонирования кинопленки, но и в конце, когда кромка обтюратора не открывает, а закрывает световой пучок. В последнем случае в формулах (III.12), (III.13) и (III.14) аргумент функций необходимо принять равным $\frac{\alpha_0}{\omega}-t$, причем формула (III.14) будет справедлива для $\frac{\alpha_0-\theta}{\omega}<t<\frac{\alpha_0}{\omega}$, а формула (III.13) — для $\frac{\alpha_0}{\omega}<t<\frac{\alpha_0+\theta}{\omega}$.

Полученные выражения показывают, что характеристика обтюрации зависит от угла раскрытия обтюратора α_0 и угла θ. В существующих киносъемочных аппаратах максимальный угол раскрытия обтюратора лежит в пределах от 150 до 210°, причем во многих аппаратах имеется механизм изменения угла раскрытия обтюратора от 0 до максимального значения.

Из рис. III.6 находим, что

$$2\theta=2\arcsin\frac{r}{AO}. \quad (III.15)$$

Следовательно, угол 2θ зависит от радиуса r кружка сечения светового пучка, а также от расстояния AO между центрами обтюратора и кружка сечения. Как r, так и AO не являются величинами постоянными. Радиус r зависит от диаметра d' выходного зрачка киносъемочного объектива. Действительно, из рис. III.6 находим:

$$r=\frac{d'l}{2L},$$

где L — расстояние от выходного зрачка объектива до кинопленки.

Диаметр выходного зрачка объектива будет изменяться по мере диафрагмирования объектива. Последнее вызовет измене-

ние значения 2θ, а следовательно, и формы характеристики обтюрации киносъемочного аппарата.

Также и расстояние AO не будет постоянным для точек, расположенных в различных участках записываемого кадра. Поэтому и форма характеристики обтюрации не будет одинаковой для всех точек в пределах поля кадра.

Пример. Определить характеристики обтюрации киносъемочного аппарата для углов раскрытия обтюратора $\alpha_0 = 7$, 30 и 180°.

Дано: диаметр выходного зрачка объектива $d' = 25$ мм, расстояние от выходного зрачка до кинопленки $L = 50$ мм, расстояние от обтюратора до кинопленки $l = 12$ мм, расстояние $AO = 50$ мм, частота киносъемки $\nu_c = 24$ кадр/с.

Из последней формулы находим:

$$r = \frac{25 \cdot 12}{2 \cdot 50} = 3 \text{ мм}.$$

Значение угла 2θ определяем из выражения (III.15):

$$2\theta = 2 \arcsin \frac{3}{50} = 7° = 0{,}12 \text{ рад};$$

$$\theta = 3°30' = 0{,}06 \text{ рад}.$$

Угловая скорость вращения обтюратора $\omega = 2\pi \nu_0 = 6{,}28 \cdot 24 = 151$ рад/с.

Подставляем значения ω и θ в формулу (III.12):

$$f(t) = \frac{1}{6{,}28} \left(2 \arccos \frac{\sin 151t}{\sin 0{,}06} - \sin 2 \arccos \frac{\sin 151t}{\sin 0{,}06}\right).$$

Задавая ряд значений t от $t = -\frac{\theta}{\omega} = -\frac{0{,}06}{151} = -4 \cdot 10^{-4}$ с до $t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{0{,}06}{151} = 4 \cdot 10^{-4}$ с, по формуле (III.12)

Таблица III.1

К расчету характеристики обтюрации киносъемочного аппарата

$t \cdot 10^4$ с	$f(t)$	$E_0'(t)$	$t \cdot 10^4$ с	$f(t)$	$E_0'(t)$
—4,0	0	0	0,5	0,42	0,58
—3,5	0,03	0,03	1,0	0,34	0,66
—3,0	0,06	0,06	1,5	0,27	0,73
—2,5	0,12	0,12	2,0	0,20	0,80
—2,0	0,20	0,20	2,5	0,12	0,88
—1,5	0,27	0,27	3,0	0,06	0,94
—1,0	0,34	0,34	3,5	0,03	0,97
—0,5	0,42	0,42	4,0	0	1
0	0,50	0,50			

находим значения функции $f(t)$. (Результаты вычислений сведены в табл. III.1.) Затем по формулам (III.13) и (III.14) находим функцию $E_0'(t)$ (см. табл. III.1).

Приведенный расчет выполнен для случая, когда кромка лопасти обтюратора открывает световой пучок. Он справедлив для обтюраторов с любым углом раскрытия (7, 30 или 180°).

Найдем теперь изменение освещенности точки изображения, когда кромка лопасти обтюратора перекрывает световой пучок.

Расчет выполним для обтюратора с углом раскрытия $\alpha_0 = 30° = 0,52$ рад. Аргумент функции $f(t)$ теперь будет $\frac{\alpha_0}{\omega} - t = \frac{0,52}{151} - t = 35 \cdot 10^{-4} - t$, причем вычисления следует производить от t, равного $\frac{\alpha_0 - \theta}{\omega} = \frac{0,52 - 0,06}{151} = 31 \cdot 10^{-4}$ с, до $\frac{\alpha_0 + \theta}{\omega} = \frac{0,52 + 0,06}{151} = 39 \cdot 10^{-4}$ с. Для $31 \cdot 10^{-4} < t < 35 \cdot 10^{-4}$ с — справедлива формула (III.14), а для $35 \cdot 10^{-4} < t < 39 \cdot 10^{-4}$ с — формула (III.13). Результаты вычислений сведены в табл. III.2.

Таблица III.2

К расчету характеристики обтюрации киносъемочного аппарата

$t \cdot 10^4$ с	$f(35 \cdot 10^{-4} - t)$	$E_0'(t)$	$t \cdot 10^4$ с	$f(35 \cdot 10^{-4} - t)$	$E_0'(t)$
31	0	1	35,0	0,50	0,50
31,5	0,03	0,97	35,5	0,42	0,42
32,0	0,06	0,94	36,0	0,34	0,34
32,5	0,12	0,88	36,5	0,27	0,27
33,0	0,20	0,80	37,0	0,20	0,20
33,5	0,27	0,73	37,5	0,12	0,12
34,0	0,34	0,64	38,0	0,06	0,06
34,5	0,42	0,58	38,5	0,03	0,03
			39,0	0	0

Аналогичным образом выполняют расчет значений функции $E_0'(t)$ для случая перекрытия светового пучка кромкой обтюратора с углом раскрытия 7 и 180°. По данным вычислений строят графики характеристик обтюрации (рис. III.8).

Из рассмотрения графиков, приведенных на рис. III.8, можно прийти к выводу о том, что если начало координат на рис. III.8, *а*, *б*, *в* перенести соответственно в точки $t = 4 \cdot 10^{-4}$, $t = 17,5 \cdot 10^{-4}$ и $t = 102,5 \cdot 10^{-4}$ с, характеристики обтюрации будут определять четные функции.

Кроме того, при малых углах раскрытия обтюратора (рис. III.8, *а*) форма характеристики обтюрации близка к треугольной, при средних углах раскрытия (рис. III.8, *б*) — к трапецеидальной и при больших углах раскрытия (рис. III.8, *в*) —

к прямоугольной. Поэтому при дальнейшем анализе временных преобразований изображения будем аппроксимировать характеристики обтюрации треугольником, трапецией или прямоугольником.

В некоторых аппаратах характеристика обтюрации близка к полуэллипсу (см. табл. III.3).

Анализ показывает, что если радиус и угол раскрытия обтю-

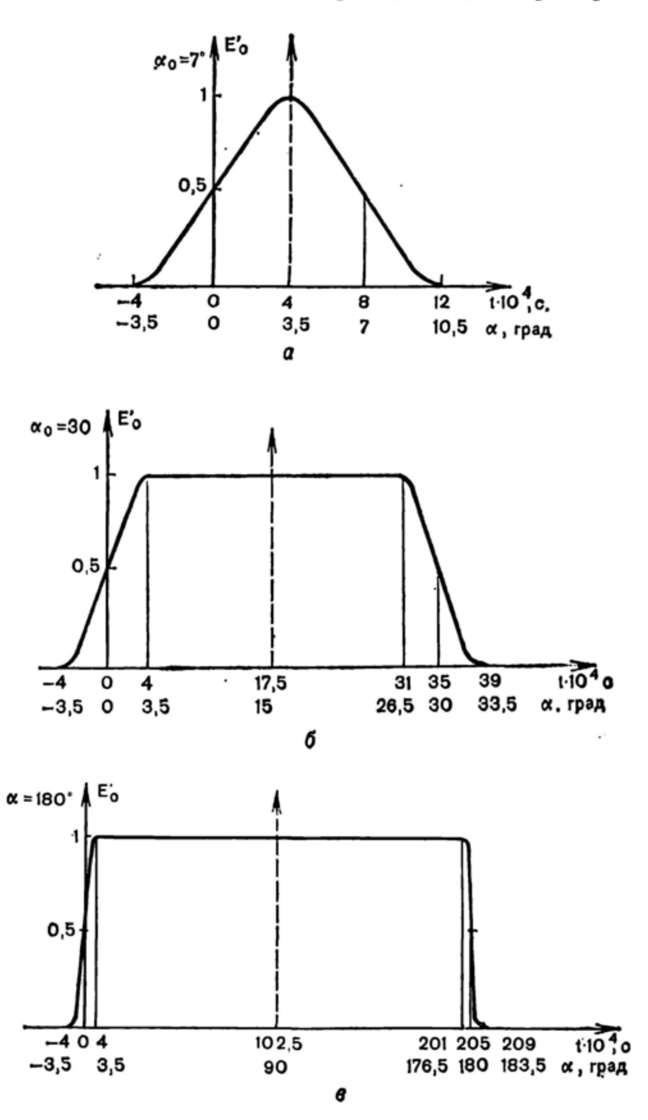


Рис. III.8. Характеристики обтюрации киносъемочных аппаратов с различным углом раскрытия обтюратора

ратора достаточно большой, характеристика обтюрации практически постоянна для всего поля кадра.

Зная методику определения характеристик обтюрации киносъемочных аппаратов, перейдем к оценке фильтрующего действия киносъемочных аппаратов, имеющих различные характеристики обтюрации.

Положим, что характеристика обтюрации имеет трапецеидальную форму (рис. III.9, *а*) и определяется функцией $E_0'(t)$.

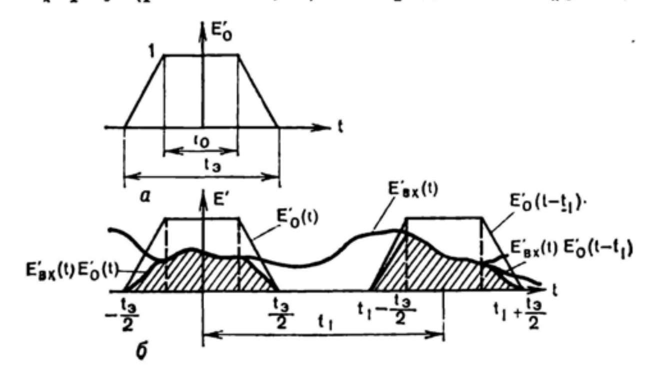


Рис. III.9. К определению экспозиции кинопленки в аппаратах с трапецеидальной характеристикой обтюрации

Обтюратор полностью открывает световой пучок в течение времени t_0, поэтому в этот промежуток времени освещенность элемента изображения зависит только от яркости участка объекта, изображенного на кинопленке. Полное время экспонирования кинопленки равно $t_э$.

Изменение во времени освещенности участка изображения на кинопленке пусть выражает функция $E_{вх}'(t)$ (график функции показан на рис. III.9, *б*). Вначале будем считать, что экспонирование кинопленки начинается в момент времени $-t_э/2$, а заканчивается в момент времени $t_э/2$. Экспозиция кинопленки, а следовательно, и коэффициент пропускания, полученного в результате киносъемки позитива, определяются площадью участка, ограниченного кривой произведения функций $E_{вх}'(t)$ и $E_0'(t)$, т. е.

$$E_и'(t) = \int_{-\frac{t_э}{2}}^{\frac{t_э}{2}} E_0'(t)\, E_{вх}'(t)\, dt.$$

В более общем случае экспозиция начинается в момент времени $t_1 - \frac{t_э}{2}$, а заканчивается в момент времени $t_1 + \frac{t_э}{2}$, где t_1 — произвольное значение времени. Рассуждая аналогично

вышеизложенному, можем написать, что экспозиция $E'_{\text{и}}(t)$ для изображения, записанного в момент времени t_1, равна:

$$E'_{\text{и}}(t_1) = \int\limits_{t_1 - \frac{t_э}{2}}^{t_1 + \frac{t_э}{2}} E'_{\text{вх}}(t)\, E'_0\,(t - t_1)\, dt.$$

Функция $E_0(t - t_1)$ показывает характеристику обтюрации, сдвинутую вдоль оси t на величину t_1. Характеристика обтюрации всегда ограничена во времени и для рассматриваемого случая равна нулю при $t_1 + \frac{t_э}{2} < t < t_1 - \frac{t_э}{2}$, следовательно, подынтегральное выражение в предыдущей формуле также равно нулю вне этих пределов. Поэтому мы имеем право пределы интегрирования расширить до бесконечности:

$$E'_{\text{и}}(t_1) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{\text{вх}}(t)\, E'_0(t - t_1)\, dt.$$

Учитывая, что функция $E'_0(t)$ четная, и заменив обозначения параметра и переменной интегрирования, получаем окончательно:

$$E'_{\text{и}}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{\text{вх}}(t_1)\, E'_0(t - t_1)\, dt_1. \qquad \text{(III.16)}$$

Данное выражение является сверткой функций $E'_{\text{вх}}(t)$ и $E'_0(t.)$ Поэтому воздействие функции $E'_0(t)$ на записываемое изображение аналогично воздействию на сигнал импульсной реакции фильтрующей системы.

Таким образом, характеристика обтюрации показывает импульсную реакцию фильтра $Ф_1$, т. е. киносъемочного аппарата. А если это так, то временная частотная характеристика $K_1(\nu)$ фильтра $Ф_1$ является преобразованием Фурье функции $E'_0\,(t)$, т. е.

$$K_1(\nu) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_0(t) \exp(-i\, 2\pi\nu t)\, dt. \qquad \text{(III.17)}$$

Функция $E'_0(t)$ должна быть нормирована в соответствии с выражением (I.9):

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_0(t)\, dt = 1. \qquad \text{(III.18)}$$

Определим ВЧХ киносъемочного аппарата с трапецеидальной характеристикой обтюрации. Опишем трапецию $ABCD$ как

разность двух треугольников AFD и BFC (рис. III.10):

$$E_0'(t) = H\left(1 - \frac{2|t|}{t_э}\right)\operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_э}\right) - h\left(1 - \frac{2|t|}{t_0}\right)\operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_0}\right), \quad \text{(III.19)}$$

где H — высота треугольника AFD; h — высота треугольника BFC.

Для выполнения условия нормирования (III.18) площадь трапеции $ABCD$ должна быть равна единице. Для этого разность

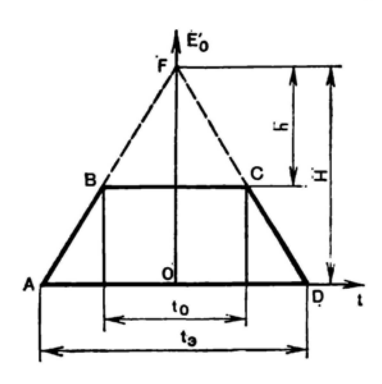


Рис. III.10. К определению временной частотной характеристики киносъемочных аппаратов с трепецеидальной характеристикой обтюрации

площадей треугольников AFD и BFC также должна быть равна единице:

$$\frac{Ht_э}{2} - \frac{ht_0}{2} = 1.$$

Отсюда находим:

$$\frac{H}{h} = \frac{2}{ht_э} + \frac{t_0}{t_э}. \quad \text{(III.20)}$$

Из подобия треугольников AFD и BFC имеем:

$$\frac{H}{h} = \frac{t_э}{t_0}. \quad \text{(III.21)}$$

На основе равенств (III.20) и (III.21) получим:

$$h = \frac{2t_0}{t_э^2 - t_0^2} \quad \text{(III.22)}$$

и

$$H = h\,\frac{t_э}{t_0} = \frac{2t_э}{t_э^2 - t_0^2}. \quad \text{(III.23)}$$

Подставляя значения h и H из равенств (III.22) и (III.23) формулу (III.19), находим:

$$E_0'(t) = \frac{2t_э\left(1-\frac{2|t|}{t_э}\right)}{t_э^2-t_0^2}\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{t_э}\right) - \frac{2t_0\left(1-\frac{2|t|}{t_0}\right)}{t_э^2-t_0^2}\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{t_0}\right). \tag{III.24}$$

Определим теперь временну́ю частотную характеристику киносъемочного аппарата. Оба слагаемых в правой части равенства (III.24) выражают треугольные составляющие трапецеидальной характеристики. Преобразования Фурье функций

$$\left(1-\frac{2|t|}{t_э}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t}{t_э}\right) \text{ и } \left(1-\frac{2|t|}{t_0}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t}{t_0}\right)$$

соответственно равны: $\frac{t_э}{2}\,\mathrm{sinc}^2\pi\nu\,\frac{t_э}{2}$ и $\frac{t_0}{2}\,\mathrm{sinc}^2\pi\nu\,\frac{t_0}{2}$.

Следовательно, на основании теоремы о линейности преобразования Фурье можем написать, что частотная характеристика аппаратов с трапецеидальной характеристикой обтюрации определяется функцией:

$$K_1(\nu) = \frac{t_э^2}{t_э^2-t_0^2}\,\mathrm{sinc}^2\,\pi\nu\,\frac{t_э}{2} - \frac{t_0^2}{t_э^2-t_0^2}\,\mathrm{sinc}^2\,\pi\nu\,\frac{t_0}{2}. \tag{III.25}$$

Произведя некоторые тригонометрические преобразования, приводим выражение (III.25) к окончательному виду:

$$K_1(\nu) = \mathrm{sinc}\,\pi\nu\,\frac{t_э+t_0}{2}\,\mathrm{sinc}\,\pi\nu\,\frac{t_э-t_0}{2}. \tag{III.26}$$

Приняв $t_э = t_0$, на основе формулы (III.26) находим ВЧХ аппарата с прямоугольной характеристикой обтюрации:

$$K_1(\nu) = \mathrm{sinc}\,\pi\nu t_э. \tag{III.27}$$

Считая, что $t_0 = 0$, получаем ВЧХ для треугольной характеристики обтюрации:

$$K_1(\nu) = \mathrm{sinc}^2\,\pi\nu\,\frac{t_э}{2}. \tag{III.28}$$

Если характеристику обтюрации аппроксимировать полуэллипсом, то в соответствии с формулой (III.18) можем написать:

$$E_0'(t) = \frac{4\sqrt{t_э^2-4t^2}}{\pi t_э^2}\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{t_э}\right).$$

ВЧХ киносъемочного аппарата определяется Фурье-преобразованием этой функции:

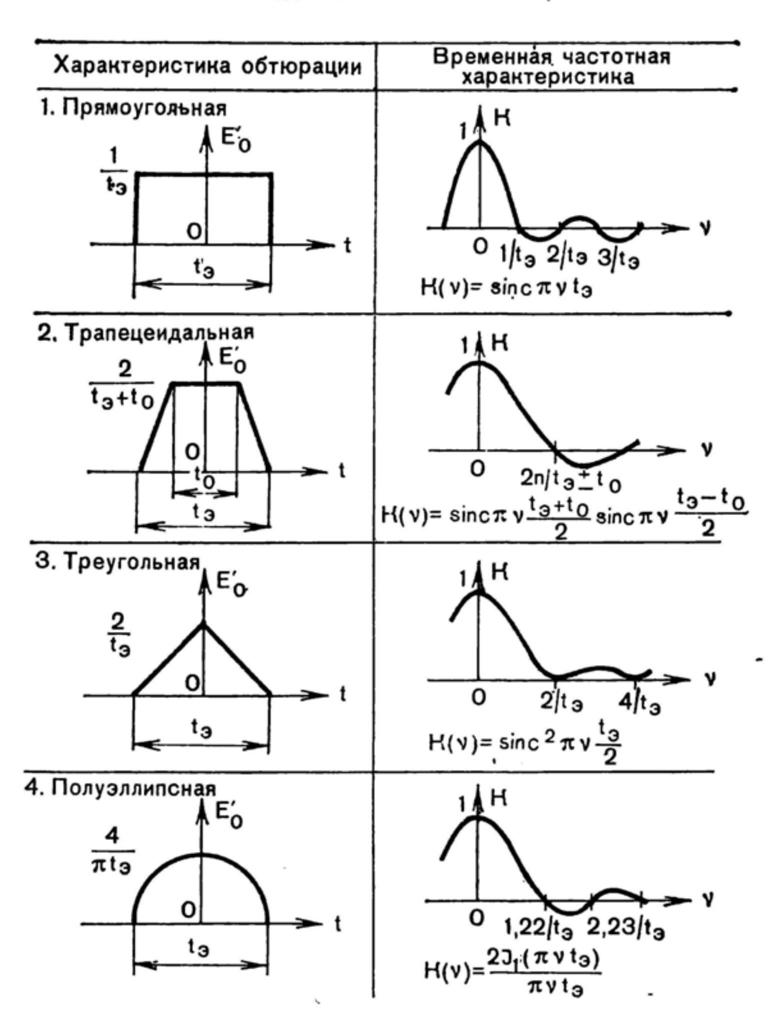
$$K_1(\nu) = \frac{2J_1(\pi\nu t_э)}{\pi\nu t_э}, \tag{III.29}$$

где $J_1(\nu)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка.

В табл. III.3 приведены ВЧХ киносъемочного аппарата, построенные в соответствии с формулами (III.26), (III.27), (III.28) и (III.29).

Таблица III.3

ВЧХ киносъемочных аппаратов



Рассмотрим фильтрацию временны́х частот в аппаратах, у которых характеристика обтюрации близка к прямоугольной. При изменении угла раскрытия обтюратора будет изменяться *коэффициент обтюрации* η_0 киносъемочного аппарата, равный отношению выдержки к периоду смены кадров:

$$\eta_0 = \frac{t_в}{T_c}. \qquad (III.30)$$

Поскольку в аппаратах с прямоугольной характеристикой обтюрации выдержка $t_в$ равна полному времени экспонирования $t_э$ кинопленки, то на основании выражений (III.27) и (III.30) имеем:

$$K_1(\nu) = \operatorname{sinc} \pi \eta_0 \nu T_c = \operatorname{sinc} \pi \eta_0 \frac{\nu}{\nu_c}. \qquad (III.31)$$

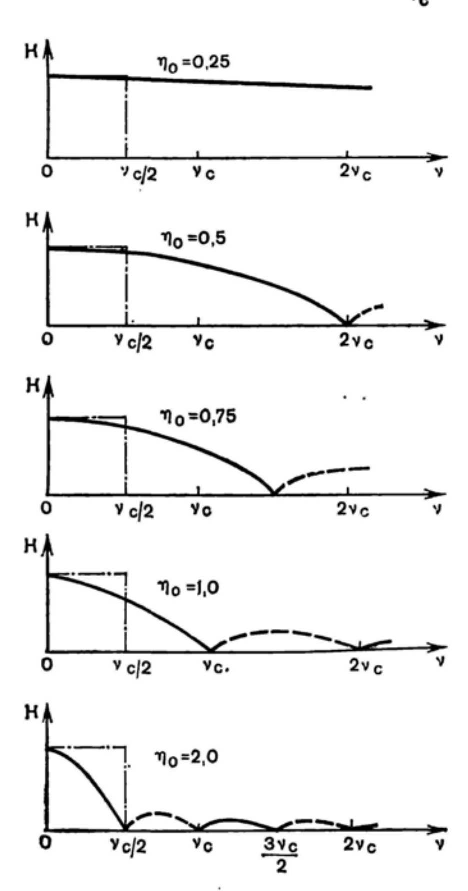


Рис. III.11. Временны́е частотные характеристики киносъемочных аппаратов с различной величиной коэффициента обтюрации

П р и м е р. Найти ВЧХ киносъемочных аппаратов с прямоугольной характеристикой обтюрации для $\eta_0 = 0{,}25;\ 0{,}5;\ 0{,}75;\ 1{,}0;\ 2{,}0$.

Подставляя значения η_0 в формулу (III.31), имеем:

$$\eta_0 = 0{,}25; \quad K_1(\nu) = \operatorname{sinc} \pi\, 0{,}25 \frac{\nu}{\nu_c};$$

$$\eta_0 = 0{,}5; \quad K_1(\nu) = \operatorname{sinc} \pi\, 0{,}5 \frac{\nu}{\nu_c} \text{ и т. д.}$$

Используя полученные выражения, строим графики ВЧХ киносъемочных аппаратов (рис. III.11).

Штрихпунктирными линиями на рисунках показаны ВЧХ идеальных фильтров, обеспечивающих полное устранение возможности появления искажений первого рода. Из рисунка следует, что при коэффициенте обтюрации $\eta_0 = 0{,}5$ (угол раскрытия обтюратора $\alpha_0 = 180°$), имеющем место в большей части современных киносъемочных аппаратов, частоты, бо́льшие $\nu_c/2$, подавляются очень слабо. Еще в меньшей мере они подавляются, если $\eta_0 < 0{,}5$, т. е. при угле раскрытия обтюратора, меньшем 180°. Следовательно, фильтрующее действие современных киносъемочных аппаратов не устраняет возможности появления искажений первого рода.

Достаточно хорошее подавление частот, бо́льших $\nu_c/2$, можно достичь лишь при $\eta_0 = 2$. Однако обеспечение такого значения η_0 в аппаратах с прерывистым движением кинопленки связано со значительными техническими трудностями.

§ III.3. АНАЛИЗ ИСКАЖЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА

Наиболее характерное проявление искажений первого рода — *стробоскопический эффект.* Рассмотрим физическую сущность этого явления. Положим, что объект съемки — повозка, которая катится, а киносъемочный аппарат панорамирует за ней. В этом случае в кадре окажется неподвижное изображение повозки и перемещающаяся дорога, а также вращающееся колесо, показанное в верхней части рис. III.12.

Будем считать, что колесо повозки имеет шесть спиц и делает при вращении n об/с. Тогда освещенность участка кинопленки, через который перемещаются изображения спиц колеса, будет изменяться с частотой $\nu_1 = 6n$.

В общем случае освещенность может изменяться не по гармоническому закону. Однако функция, выражающая изменение освещенности рассматриваемой точки, всегда будет периодической, поэтому ее можно представить в виде суммы ряда Фурье. Примем во внимание только первую, основную гармонику переменной составляющей освещенности изображения и представим ее так:

$$E'_{вх}(t) = 2\cos 2\pi\nu_1 (t - kT_c), \qquad (III.32)$$

где $2\pi\nu_1 kT_c$ — фазовый сдвиг записываемого изображения для k-го кадра.

Положим, что киносъемка производится киносъемочным аппаратом с прямоугольной характеристикой обтюрации с частотой 24 кадр/с. Причем угол раскрытия обтюратора равен 180°, т. е.

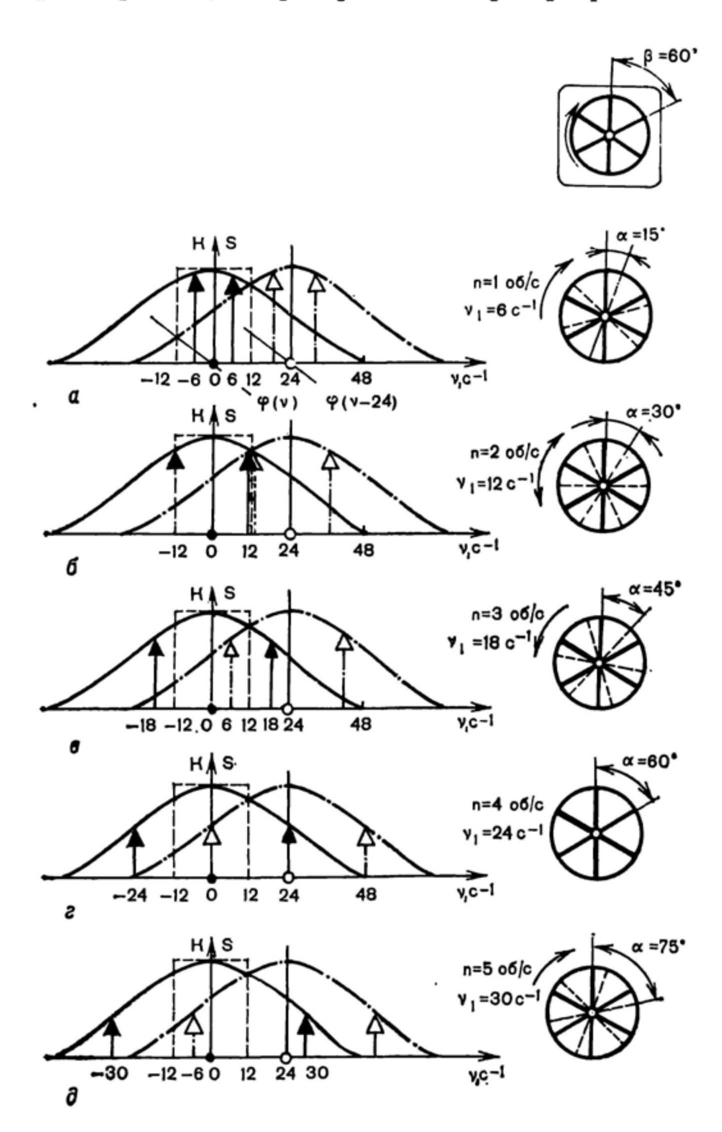


Рис. III.12. К анализу процесса возникновения стробоскопического эффекта

его коэффициент обтюрации $\eta_0 = 0{,}5$. ВЧХ аппарата определим по формуле (III.31):

$$K_1(\nu) = \operatorname{sinc} \pi\, 0{,}5 \,\frac{\nu}{\nu_c}.$$

Графики ВЧХ показаны в левой части рис. III.12 сплошными линиями.

Спектр входного изображения находим преобразованием Фурье функции $E'_{\text{вх}}(t)$:

$$S_{\text{вх}}(\nu) = \delta(\nu_1 - |\nu|) \exp(-i\, 2\pi\nu k T_c). \qquad \text{(III.33)}$$

Спектр исходного изображения после фильтрации в киносъемочном аппарате равен произведению:

$$S_{\text{и}}(\nu) = K_1(\nu)\, S_{\text{вх}}(\nu).$$

(Показан в левой части рис. III.12 прямыми со стрелками на конце.) Кроме основного в результате дискретизации возникают и смещенные спектры, один из которых показан на рис. III.12 штрихпунктирными линиями с контурными стрелками на конце.

Из формулы (III.33) и рис. III.12 следует, что основной (а следовательно, и смещенный) спектр содержит две составляющие — для положительных и отрицательных значений ν; расположены они соответственно в «положительной» и «отрицательной» областях частотной характеристики фильтра.

Спектры изображений, записываемых на соседних кадрах (например, для $k = 0$ и $k = 1$), как это следует из формулы (III.33), отличаются только сдвигом фазы $\varphi(\nu) = -2\pi\nu T_c$, модули же остаются неизменными. Сдвиг фазы определяет направление вращения изображения колеса при проекции кинофильма на экран. Прямые $\varphi(\nu)$ и $\varphi(\nu - 24)$ (см. рис. III.12) показывают фазовый сдвиг для соседних кадров в основном и смещенном спектрах.

Фазовый сдвиг в исходном изображении был равен $\varphi(\nu) = -2\pi\nu T_c$, т. е. положительным для отрицательных частот и отрицательным для положительных.

Если сдвиг фазы в воспроизводимом изображении также связан с положительными и отрицательными частотами, то направление вращения изображения колеса будет правильным. В противном же случае на кинопленке будет записана ложная информация, которая приведет к тому, что изображение колеса на киноэкране станет вращаться в обратном направлении.

Будем считать, что на выходе системы применен идеальный фильтр, ВЧХ которого показана на рис. III.12 штриховыми линиями. Такой фильтр исключает возможность появления искажений второго рода. Рассмотрим пять случаев.

Случай 1 (рис. III.12, *а*): $0 < n < 2$ об/с; $0 < \nu_1 < \frac{\nu_c}{2} =$

$= 12$ с$^{-1}$. Поскольку частота изменения освещенности не превышает $\nu_c/2$, то даже при далеко не удовлетворительной ВЧХ киносъемочного аппарата искажений изображения не должно быть. Действительно, в пределах частотной характеристики фильтра на выходе системы находятся только составляющие основного спектра и, как следует из схемы в правой части рис. III.12, *а*, каждая спица колеса за время периода смены кадров поворачивается на угол α, меньший половины углового расстояния β между спицами колеса. Следовательно, в записанном на кинопленке изображении содержится информация как о направлении движения колеса, так и о скорости его вращения. При применении на выходе системы идеального фильтра временных частот зритель увидит правильное воспроизведение изображения вращающегося колеса.

Случай 2 (рис. III.12, *б*): $n = 2$ об/с; $\nu_1 = 12$ с$^{-1}$. Основной и смещенный спектры изображения в данном случае совпадают.

Поскольку составляющая смещенного спектра вследствие изменения знака фазового сдвига вызывает вращение изображения колеса в противоположном направлении, следует ожидать, что информация как о скорости, так и о направлении вращения колеса будет утеряна. Действительно, на последовательных кадрах будут записаны изображения колеса только в двух положениях (см. правую часть рисунка). Эти положения повторяются через каждые два кадра. Зритель воспримет изображение неустойчивым: ему будет казаться, что колесо вращается то в одну, то в другую сторону. Количество спиц воспринимается удвоенным.

Случай 3 (рис. III.12, *в*): $2 < n < 4$ об/с; $12 < \nu_1 < 24$ с$^{-1}$. Основной спектр вышел за пределы ВЧХ фильтра на выходе системы, но в эти пределы вошел смещенный спектр изображения. Он и будет определять изображение на выходе системы. Вместо действительной частоты $\nu_1 = 18$ с$^{-1}$ яркость точки экрана станет изменяться с частотой $24 - 18 = 6$ с$^{-1}$, т. е. изменится скорость вращения колеса. Кроме того, в «положительную» часть ВЧХ вступила левая составляющая смещенного спектра, имеющая положительный сдвиг фазы. Это должно изменить направление вращения изображения колеса. При рассмотрении двух положений изображения колеса, записанных на последовательных кадрах кинопленки, нетрудно понять, что зритель именно так воспримет изображение вращающегося колеса. Таким образом, в данном случае искажения первого рода проявляются не только в потере информации об объекте, но и в получении ложной информации, т. е. в смысловом искажении изображения.

Случай 4 (рис. III.12, *г*): $n = 4$ об/с; $\nu_1 = 24$ с$^{-1}$. В пределах ВЧХ фильтра на выходе системы имеет место только смещенный спектр изображения, причем он расположен на нулевой частоте. Следовательно, изображение колеса будет воспринято

неподвижным. Это действительно так, поскольку на всех кадрах записаны одинаковые положения спиц колеса.

Случай 5 (рис. III.12, *д*): $4 < n < 5$ об/с; $24 < \nu_1 < 30$ с$^{-1}$. Левая часть смещенного спектра, имеющая положительный сдвиг фазы, перешла в «отрицательную» область ВЧХ системы. Поэтому изображение колеса вращается в правильном направлении, но с ложной скоростью. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев два положения изображения колеса, записанных на соседних кадрах. Как следует из рассмотрения правых частей рис. III.12, *а* и III.12, *д*, изображения на соседних кадрах в обоих случаях одинаковы, но левые части тех же рисунков показывают, что амплитуда изменения освещенности изображения во втором случае значительно меньше, чем в первом.

Рассмотренные виды искажений и принято называть стробоскопическим эффектом.

Приведенный анализ выполнен в упрощенном виде с учетом только одного смещенного спектра и первой гармоники в изображении вращающегося колеса. Результат анализа мог бы быть найден и более простым путем — на основе рассмотрения изображений, записанных на соседних кадрах. Однако в случае необходимости изложенная методика может быть использована и для более полного анализа, с учетом многих смещенных спектров и заданного количества слагаемых ряда Фурье. Такой результат получить только на основе интуитивных представлений невозможно. Изложенная методика позволяет выполнить математическое моделирование временны́х преобразований изображения при киносъемке.

Стробоскопический эффект не единственное проявление искажений первого рода. В результате этих искажений могут быть не записаны на кинопленке быстрые изменения изображения объекта съемки. Например, если актер быстро мигнет, то изображение закрытого глаза не будет записано на кинопленке, если это произошло в момент перекрытия обтюратором кадрового окна. В результате недостаточно эффективной фильтрации нижних частот при киносъемке становится особенно заметна прерывистость движения изображения на экране (это только в случае неудовлетворительной фильтрации нижних частот на выходе системы).

Единственным способом устранения возможности появления искажений первого рода является усиление фильтрующего действия киносъемочного аппарата путем увеличения коэффициента обтюрации.

Значение $\eta_0 = 1$ можно обеспечить в аппаратах с оптической компенсацией, а $\eta_0 = 2$ — в аппаратах с оптической коммутацией [28]. Однако такие системы не получили применения в театральном кинематографе из-за присущих им недостатков.

Следует отметить, что излишне сильное подавление высоких временны́х частот приводит к снижению информационной плот-

ности записи, что проявляется в виде заметного зрителю «смаза» движущихся изображений. Например, если увеличить коэффициент обтюрации до двух, то при проекции изображения вращающегося колеса практически не будут заметны искажения первого рода, однако наблюдатель вообще не увидит спиц, а только смазанное изображение колеса.

Вследствие этого некоторые инженерно-технические работники и кинооператоры иногда обосновывают необходимость не увеличения, а наоборот, уменьшения выдержки, т. е. коэффициента обтюрации при киносъемке быстродвижущихся объектов.

При этом, действительно, на каждом кадрике резкость изображения быстродвижущихся объектов увеличивается, однако при кинопроекции наиболее сильно проявляются искажения первого рода.

Необходимо помнить, что фильтрация нижних временны́х частот в процессе киносъемки оказывает влияние только на движущиеся относительно кинопленки изображения и нисколько не влияет на изображения неподвижных относительно кинопленки изображений.

§.III.4. ФИЛЬТРАЦИЯ ВРЕМЕННЫ́Х ЧАСТОТ ПРИ КИНОПРОЕКЦИИ

Как известно, кинопроекционный аппарат устроен аналогично киносъемочному аппарату с прерывистым движением кинопленки. Во время прерывистого движения кинофильма обтюратор кинопроектора перекрывает световой поток, поэтому на экране какое-то время образуется изображение объекта, затем во время передвижения кинофильма экран не освещен и т. д. Принципиально возможно использовать для кинопроекции и систему с оптической компенсацией без обтюратора.

Фильтрующее действие кинопроектора зависит от величины и формы отклика системы на единичный импульс, поданный на ее вход, т. е. от изменения яркости экрана при проекции одного экспонированного кадра. Зависимость освещенности (или яркости) экрана от времени в течение проекции одного кадра называется *характеристикой обтюрации кинопроектора*, которую описывает функция $E_0'(t)$. Поскольку функция $E_0'(t)$ является импульсной реакцией системы, временна́я частотная характеристика $K_{пр}(\nu)$ кинопроектора равна преобразованию Фурье этой функции:

$$K_{пр}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} E_0'(t) \exp(-i2\pi\nu t)\, dt. \qquad (III.34)$$

Причем, как и прежде, функция $E_0'(t)$ должна быть нормирована:

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_0'(t)\, dt = 1. \qquad (III.35)$$

Если в кинопроекторе применен однолопастный обтюратор (перекрывающий световой поток один раз за период смены кадров), то характеристика обтюрации может быть аппроксимирована прямоугольником, трапецией, треугольником или полу-

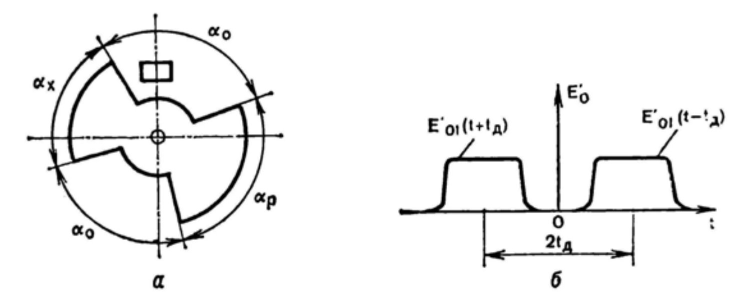


Рис. III.13. Двухлопастный обтюратор (*а*) и характеристика обтюрации кинопроектора с двухлопастным обтюратором (*б*)

эллипсом. Ввиду полной аналогии формул (III.17) и (III.18) с выражениями (III.34) и (III.35) ВЧХ кинопроектора с однолопастным обтюратором описывают функции, подобные приведенным в табл. III.3.

Обтюратор кинопроекционного аппарата, в отличие от киносъемочного, перекрывает кадровое окно дважды за период смены кадров. Это достигается либо применением двухлопастного обтюратора, либо однолопастного, вращающегося с удвоенной скоростью. Положим, что обтюратор двухлопастный (рис. III.13, *а*). Одна лопасть (с угловым размером $\alpha_р$) является рабочей — она перекрывает кадровое окно во время прерывистого движения киноленты. Вторая лопасть (с угловым размером $\alpha_х$) является холостой — она перекрывает кадровое окно во время покоя киноленты. Размер рабочей лопасти определяется временем прерывистого передвижения киноленты в фильмовом канале. С целью увеличения светового потока кинопроектора целесообразно угловой размер у холостой лопасти изготовить меньшим, чем у рабочей. Поэтому в общем случае угловые размеры рабочей и холостой лопастей могут быть не одинаковы. Угловые же размеры α_0 вырезов обтюратора обычно одинаковы, следовательно, можем написать:

$$\alpha_0 = \frac{360^\circ - \alpha_р - \alpha_х}{2}. \qquad (III.36)$$

При введении двухлопастного обтюратора характеристика обтюрации принимает вид, показанный на рис. III.13, *б*, и определяется выражением:

$$E_0'(t) = E_{01}'(t + t_д) + E_{01}'(t - t_д), \qquad (III.37)$$

где $E_{0_1}'(t)$ — функция, выражающая изменение яркости экрана при проекции каждого «полукадра»; $2t_д$ — время между проекцией «полукадров», причем:

$$2t_д = \frac{\alpha_х + \alpha_0}{2\pi\nu_c} = \frac{\alpha_х + \alpha_0}{360^\circ\nu_c}. \qquad (III.38)$$

Подставив значение $E_0'(t)$ в формулу (III.34) и выполнив интегрирование, находим, что ВЧХ кинопроектора с двухлопастным обтюратором равна:

$$K_{пр}(\nu) = 2K_{01}(\nu)\cos 2\pi\nu t_д. \qquad (III.39)$$

Здесь $K_{01}(\nu)$ — преобразование Фурье функции $E_{01}'(t)$.

Будем считать, что рабочая и холостая лопасти обтюратора имеют одинаковые угловые размеры, тогда $\alpha_x + \alpha_0 = \pi$ и согласно выражению (III.38) имеем:

$$2t_д = \frac{1}{2\nu_c}.$$

Подставив в формулу (III.39) значение $2t_д$, получим:

$$K_{пр}(\nu) = 2K_{01}(\nu)\cos\pi\frac{\nu}{2\nu_c}. \qquad (III.40)$$

Из выражения (III.40) следует, что если двухлопастный обтюратор имеет одинаковые рабочую и холостую лопасти, то при любой форме характеристики обтюрации ВЧХ кинопроектора равна нулю на частотах ν_c, $3\nu_c$, $5\nu_c, \ldots$, поскольку $\cos\pi\frac{\nu}{2\nu_c}$ на этих частотах обращается в нуль. Ниже будет показано, что последнее имеет очень большое значение для устранения искажений второго рода, проявляющихся в виде заметных зрителю мельканий изображения.

Если обе части характеристики обтюрации имеют прямоугольную форму длительностью по $t_{пр}$ (табл. III.4), то согласно выражению (III.35):

$$E_0'(t) = \frac{1}{2t_{пр}}\,\mathrm{rect}\left(\frac{t + t_д}{t_{пр}}\right) + \frac{1}{2t_{пр}}\,\mathrm{rect}\left(\frac{t - t_д}{t_{пр}}\right)$$

и

$$E_{01}'(t) = \frac{1}{2t_{пр}}\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{t_{пр}}\right).$$

Преобразование Фурье функции $E'_{01}(t)$ равно:

$$K_{01}(\nu) = \frac{1}{2}\ \mathrm{sinc}\ \pi\nu t_{\text{пр}}.$$

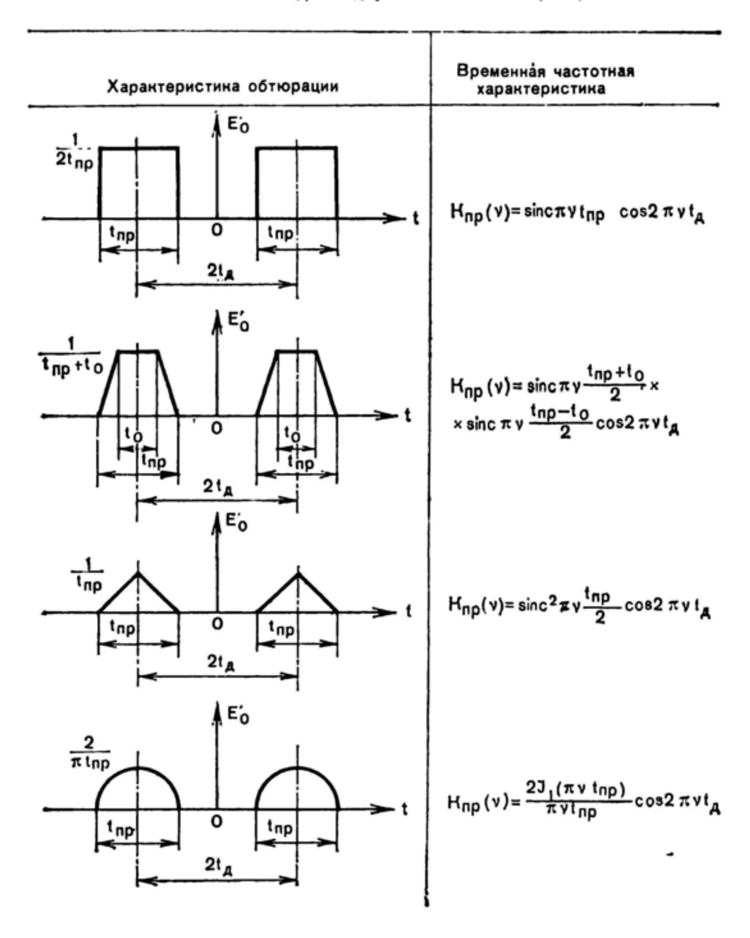
Следовательно, в соответствии с формулой (III.39) получим:

$$K_{\text{пр}}(\nu) = \mathrm{sinc}\ \pi\nu t_{\text{пр}} \cos 2\pi\nu t_{\text{д}}. \tag{III.41}$$

Аналогично определяются функции $K_{\text{пр}}(\nu)$ для кинопроекционных аппаратов, имеющих характеристики обтюрации в виде двух трапеций, треугольников или полуэллипсов (табл. III.4).

Таблица III.4

ВЧХ кинопроекторов с двухлопастным обтюратором



Пример 1. Найти временную частотную характеристику кинопроектора с двухлопастным обтюратором с одинаковыми

угловыми размерами лопастей $\alpha_р = \alpha_х = 90°$. Характеристика обтюрации имеет форму двух прямоугольников (рис. III.14, *а*).

По формуле (III.36) находим:

$$\alpha_0 = \frac{360° - 90° - 90°}{2} = 90° = \frac{\pi}{2}.$$

Следовательно:

$$t_{пр} = \frac{\alpha_0}{2\pi\nu_c} = \frac{1}{4\nu_c}.$$

Для двухлопастного обтюратора с прямоугольной характеристикой обтюрации ВЧХ находим по формуле (III.41):

$$K_{пр}(\nu) = \operatorname{sinc} \pi \frac{\nu}{4\nu_c} \cos 2\pi\nu t_д.$$

Учитывая, что обтюратор имеет одинаковые лопасти, согласно формуле (III.38) имеем:

$$2t_д = \frac{90° + 90°}{360°\nu_c} = \frac{1}{2\nu_c} \quad \text{и}$$

$$K_{пр}(\nu) = \operatorname{sinc} \pi \frac{\nu}{4\nu_c} \cos \pi \frac{\nu}{2\nu_c}. \tag{III.42}$$

На рис. III.14, *б* приведена ВЧХ кинопроектора, построенная по формуле (III.42). На том же рисунке штрихпунктирной линией показана ВЧХ идеального фильтра, полностью устраняющего искажения второго рода.

Принятые в данном примере параметры обтюратора примерно соответствуют параметрам обтюраторов современных кинопроекторов. Из анализа графика на рис. III.14, *б* следует, что в со-

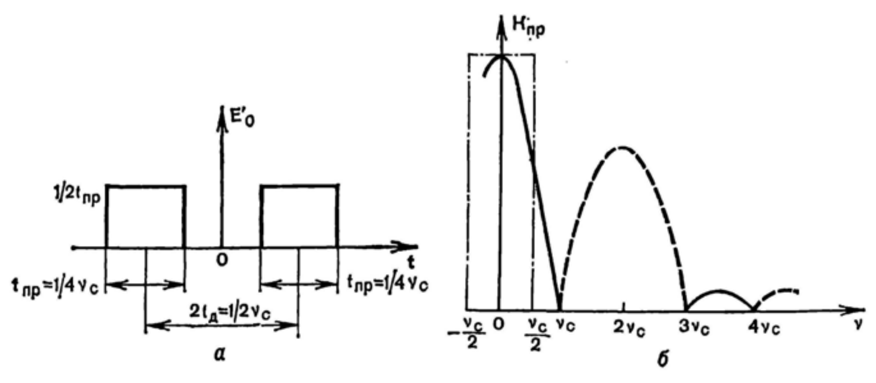


Рис. III.14. Характеристика обтюрации кинопроектора с двухлопастным обтюратором (*а*) и его временная частотная характеристика (*б*)

временных кинопроекторах частоты, бо́льшие $\nu_c/2$, подавляются довольно слабо.

Пример 2. Определить значение ВЧХ кинопроектора для частоты ν_c, если применен двухлопастный обтюратор с угловыми размерами лопастей $\alpha_p = 90°$ и $\alpha_x = 70°$. Характеристика обтюрации состоит из двух прямоугольников.

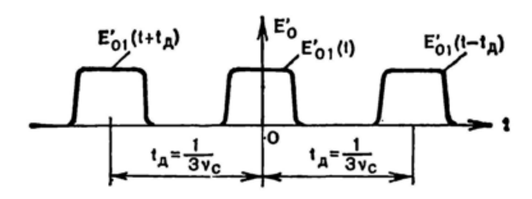


Рис. III.15. Характеристика обтюрации кинопроектора с трехлопастным обтюратором

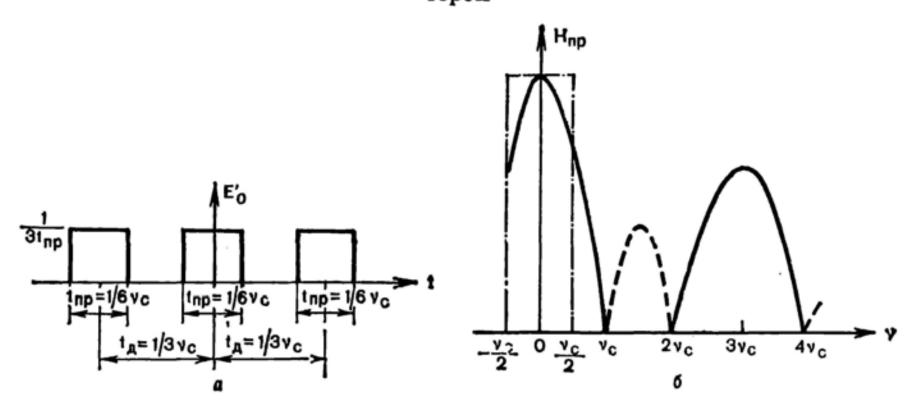


Рис. III.16. Характеристика обтюрации кинопроектора с трехлопастным обтюратором (*а*) и его временна́я частотная характеристика (*б*)

По формуле (III.36) находим:

$$\alpha_0 = \frac{360° - 90° - 70°}{2} = 100°.$$

Следовательно, в соответствии с формулой (III.38) получим:

$$2t_д = \frac{70° + 100°}{360°\nu_c} = \frac{1}{2,12\nu_c}.$$

Длительность проекции каждого «полукадра» равна:

$$t_{пр} = \frac{\alpha_0}{2\pi\nu_c} = \frac{100°}{360°\nu_c} = \frac{1}{3,6\nu_c}.$$

Подставляя значения $2t_д$ и $t_{пр}$ в формулу (III.41), имеем:

$$K_{пр}(\nu) = \operatorname{sinc}\pi \frac{\nu}{3{,}6\nu_c} \cos\pi \frac{\nu}{2{,}12\nu_c}.$$

Приняв $\nu = \nu_c$, получим:

$$K_{пр}(\nu_c) = \operatorname{sinc}\frac{\pi}{3{,}6} \cos\frac{\pi}{2{,}12} = 0{,}08.$$

Следовательно, данный обтюратор, в отличие от рассмотренного в предыдущем примере, не обеспечивает полного подавления частот, равных ν_c.

В любительских 8-мм кинопроекторах частота кинопроекции составляет 16—18 кадр/с. Поэтому в них часто применяют обтюраторы, которые перекрывают кадровое окно за время проекции одного кадра три раза, т. е. обтюратор содержит две холостые лопасти (или вращается с повышенной скоростью). В данном случае характеристика обтюрации имеет вид, показанный на рис. III.15, и выражается функцией:

$$E_0'(t) = E_{01}'(t) + E_{01}'(t - t_д) + E_{01}'(t + t_д),$$

где $E_{01}(t)$ — функция, определяющая изменение освещенности экрана при проекции каждой «трети» кадра.

Найдем ВЧХ кинопроектора с трехлопастным обтюратором. Пусть преобразование Фурье функции $E_{01}'(t)$ будет равно $K_{01}(\nu)$. Тогда преобразование Фурье функции $E_0'(t)$ определит равенство:

$$K_{пр}(\nu) = K_{01}(\nu) + 2K_{01}(\nu)\cos 2\pi\nu t_д = K_{01}(\nu)(1 + 2\cos 2\pi\nu t_д).$$

Значение $t_д$ всегда принимается равным $1/3\nu_c$, поэтому

$$K_{пр}(\nu) = K_{01}(\nu)\left(1 + 2\cos\frac{2}{3}\pi\frac{\nu}{\nu_c}\right). \qquad \text{(III.43)}$$

Множитель в скобке при любой форме характеристики обтюрации обращается в нуль на частотах ν_c, $2\nu_c$, $4\nu_c$, $5\nu_c$, $7\nu_c$, $8\nu_c$,... Следовательно, трехлопастный обтюратор, в отличие от двухлопастного, обеспечивает полное подавление не только частоты кинопроекции, но и вдвое большей частоты.

П р и м е р 3. Найти временную частотную характеристику кинопроектора с трехлопастным обтюратором. Характеристика обтюрации имеет форму трех прямоугольников (рис. III.16,*а*), причем $t_{пр} = 1/6\nu_c$.

Согласно формуле (III.35), опишем характеристику обтюрации выражением:

$$E_0'(t) = \frac{1}{3t_{пр}} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_{пр}}\right) + \frac{1}{3t_{пр}} \operatorname{rect}\left(\frac{t - t_д}{t_{пр}}\right) + \frac{1}{3t_{пр}} \operatorname{rect}\left(\frac{t + t_д}{t_{пр}}\right).$$

Следовательно:

$$E'_{01}(t) = \frac{1}{3t_{\text{пр}}} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{t_{\text{пр}}}\right).$$

Преобразование Фурье этого выражения дает:

$$K_{01}(\nu) = \frac{1}{3} \operatorname{sinc} \pi\nu t_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \operatorname{sinc} \pi \frac{\nu}{6\nu_c}.$$

В соответствии с формулой (III.43) можем написать:

$$K_{\text{пр}}(\nu) = \frac{1}{3} \operatorname{sinc} \pi \frac{\nu}{6\nu_c} \left(1 + 2\cos\frac{2}{3}\pi\frac{\nu}{\nu_c}\right). \qquad \text{(III.44)}$$

На рис. III.16, *б* приведена временна́я частотная характеристика кинопроектора, построенная по данной формуле. Штрихпунктирной линией показана ВЧХ идеального фильтра.

Из рис. III.16, *б* следует, что трехлопастные обтюраторы, так же как и двухлопастные, довольно слабо подавляют частоты, бо́льшие $\nu_c/2$. Поэтому в обоих случаях в изображении, образованном на киноэкране, будут иметь место искажения второго рода.

§ III.5. ФИЛЬТРАЦИЯ ВРЕМЕННЫ́Х ЧАСТОТ ЗРИТЕЛЬНЫМ АНАЛИЗАТОРОМ

При рассматривании действительных объектов человек не замечает очень быстрых их изменений. Например, если смотреть на быстро вращающееся колесо, то отдельных спиц его не заметишь, так как они образуют сплошной круг вращения. В этом проявляется фильтрующее действие зрения во времени. Фильтрующее действие зрительного анализатора человека в значительной степени облегчает создание кинематографических систем с дискретизацией изображения во времени, поскольку оно дополняет фильтрующее действие кинопроектора. Все дело в том, чтобы оптимально сочетать фильтрующие действия зрительного анализатора и кинопроектора.

Фильтрующее действие зрительного анализатора желательно оценивать так же, как и фильтрующее действие кинопроектора с помощью ВЧХ. Однако, применяя метод спектрального анализа к временны́м преобразованиям изображения в зрительном анализаторе человека, необходимо сделать определенные допущения, считая его достаточно линейным.

Рядом исследователей предложено находить ВЧХ зрительного анализатора косвенным методом — путем предварительного нахождения зависимости порогового временно́го контраста от временно́й частоты. Причем под *пороговым временны́м контрастом* понимается граничное значение контраста тест-объекта, начиная

с которого зритель перестает замечать изменения его во времени и воспринимает как равномерно светящуюся поверхность. Яркость тест-объекта изменяется во времени по гармоническому закону. Пороговый контраст или контраст входного изображения определяется по формуле:

$$T_{\text{пор}} = T_{\text{вх}} = \frac{E'_{\max} - E'_{\min}}{E'_{\max} + E'_{\min}},$$

где $E'_{\max}$ и $E'_{\min}$ — максимальная и минимальная яркости тест-объекта.

Возможная схема установки для определения порогового временно́го контраста показана на рис. III.17. Установка содер-

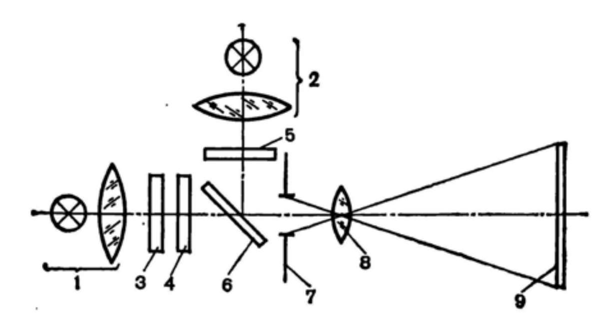


Рис. III.17. Схема установки для определения порогового временно́го контраста зрительного анализатора

жит две осветительные системы: *1* и *2*. Световые потоки от этих осветительных систем объединяются в один с помощью полупрозрачного зеркала *6*. Объединенный поток направляется к кадровому окну *7*. Между осветительными системами и полупрозрачным зеркалом установлены дозаторы света *4* и *5*. Они позволяют изменять соотношение световых потоков, идущих к кадровому окну от осветительных систем *1* и *2*. На пути светового потока от осветительной системы *1* установлен модулятор света *3*. Он состоит из двух поляроидов, причем один из них неподвижен, а второй вращается с постоянной скоростью относительно оптической оси, изменяя проходящий световой поток по гармоническому закону.

В кадровое окно могут быть установлены диапозитивы различного содержания. Проекционный объектив *8* проецирует кадровую рамку (или диапозитив) в плоскость экрана *9*. Зритель, наблюдая изображение, образованное на экране, постепенно с помощью дозаторов света *4* и *5* изменяет соотношение световых потоков, идущих от осветительных систем *1* и *2*, добиваясь снижения временно́го контраста изображения до таких граничных

пределов, когда он перестает замечать мелькания на экране. Контраст изображения, замеренный объективно, будет равен пороговому временно́му контрасту.

Изменение временно́й частоты мелькания изображения достигается варьированием угловой скорости вращения одного из поляроидов, составляющих модулятор света *3*.

Произведя замеры пороговых контрастов для различных временны́х частот, строят график зависимости порогового времен-

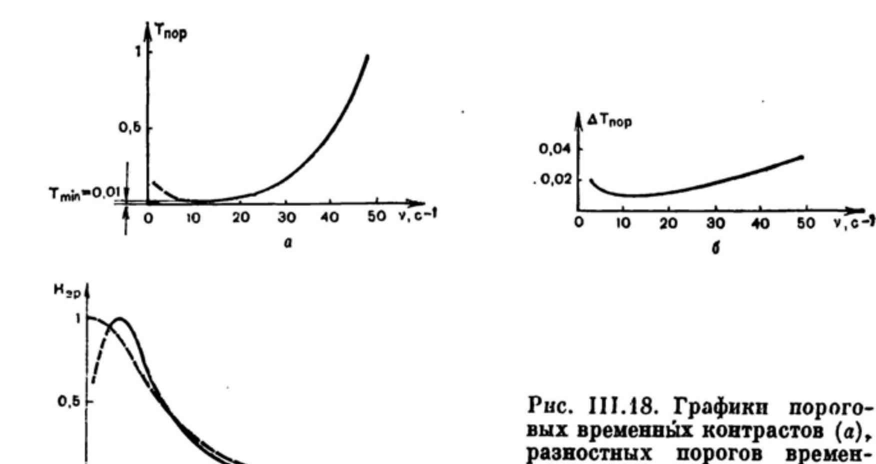


Рис. III.18. Графики пороговых временны́х контрастов (*а*), разностных порогов временны́х контрастов (*б*) и временно́й частотной характеристики (*в*) зрительного анализатора

но́го контраста от частоты. Поскольку зрительный анализатор не линеен, то значение средней яркости изображения на экране, расстояние от зрителя до экрана, время рассматривания изображения должны быть установлены определенным образом и поддерживаться при проведении эксперимента постоянными.

На рис. III.18, *а* приведен график порогового временно́го контраста для условий наблюдения изображения, близких к тем, которые имеют место в кинотеатрах (средняя яркость изображения 35 кд/м², расстояние от наблюдателя до экрана равно 3,5 ширины экрана).

Из анализа рис. III.18, *а* следует, что значение порогового контраста достигает минимального значения $T_{min} = 0{,}01$ для частот $8 \div 10$ с⁻¹. Значение порогового контраста возрастает не только по мере увеличения, но и по мере уменьшения частоты. В этом отношении кривая порогового временно́го контраста подобна кривой порогового контраста для пространственных частот (см. рис. II.26, *а*).

Пороговый временно́й контраст показывает контраст изображения, поданного на вход зрительного анализатора. Для нахож-

дения ВЧХ зрительного анализатора необходимо определить соответствующий ему контраст $T_{вых}$ изображения на выходе зрительного анализатора.

Так же как при оценке пороговой пространственной контрастной чувствительности зрительного анализатора, значение $T_{вых}$ находят методом пороговых приращений контраста. Этот метод основан на том, что наблюдатель рассматривает на двух рядом расположенных экранах два тестовых изображения. Изображения отличаются друг от друга только временны́м контрастом, причем временно́й контраст одного из них равен пороговому контрасту $T_{пор}$. Постепенно увеличивая контраст другого изображения, наблюдатель добивается такого его значения T, когда оба изображения зрительно начинают отличаться друг от друга.

Минимальное приращение контраста $\Delta T_{пор}$, позволяющее различать два изображения, называется *разностным порогом временны́х контрастов*. Причем

$$\Delta T_{пор} = T - T_{пор}.$$

Разностный порог временны́х контрастов зависит от временны́х шумовых процессов, происходящих в зрительном анализаторе. Он и определяет контраст $T_{вых}$ на выходе зрительного анализатора, если на его вход подано изображение с пороговым временны́м контрастом.

Опыт показывает, что на частотах $8 \div 10$ $с^{-1}$ значение $\Delta T_{пор}$ близко к T_{min}, а по мере увеличения и уменьшения частоты ν несколько возрастает (рис. III.18, *б*).

Таким образом, $T_{вх}(\nu) = T_{пор}(\nu)$, а $T_{вых}(\nu) = \Delta T_{пор}(\nu)$.

Следовательно, можем написать, что ВЧХ зрительного анализатора определяет выражение:

$$K_{зр}(\nu) = \frac{T_{вых}(\nu)}{T_{вх}(\nu)} = \frac{\Delta T_{пор}(\nu)}{T_{пор}(\nu)}.$$

На основе данного выражения и кривых, приведенных на рис. III.18, *а* и III.18, *б*, на рис. III.18, *в* построена ВЧХ зрительного анализатора*.

Исследования показывают, что зрительный анализатор при временны́х преобразованиях изображения ведет себя как достаточно линейная система только в области высоких временны́х частот (больше 10—12 $с^{-1}$).

Для проведения приближенного математического анализа преобразований изображений в сквозном кинематографическом процессе ВЧХ зрительного анализатора может быть аппроксимирована функцией

---

* Кривые, приведенные на рис. III.18, получены Г. В. Тихомировой в Ленинградском институте киноинженеров.

$$K_{зр}(\nu) = \exp\left[-3,5\left(\frac{\nu}{48}\right)^2\right]. \qquad (III.45)$$

(Показана штриховой линией на рис. III.18,*в*.)

§ III.6. АНАЛИЗ ИСКАЖЕНИЙ ВТОРОГО РОДА

Наиболее характерное проявление искажений второго рода — *мелькания* и *прерывистость движения воспроизводимых изображений*. Эти искажения затрудняют восприятие изображения, поэтому необходимо сделать их мало заметными либо полностью устранить.

Сущность искажений второго рода при дискретизации изображения во времени рассмотрим на примере воспроизведения кинематографической системой гармонически изменяющегося во времени сигнала. Это может быть первая гармоника в изображении вращающегося колеса (см. рис. III.12) или просто изображение площадки, яркость которой изменяется по гармоническому закону. Пусть изменение освещенности входного изображения описывает функция:

$$E'_{вх}(t) = 1 + \cos 2\pi\nu_1 t.$$

Причем частота ν_1 не превышает половины частоты ν_c кинопроекции, а на входе применен идеальный фильтр временных частот со срезом частотной характеристики на частоте $\nu_c/2$. Вследствие этого искажений изображения первого рода быть не должно, а исходное изображение описывается таким же выражением, как и входное:

$$E'_{и}(t) = 1 + \cos 2\pi\nu_1 t. \qquad (III.46)$$

Спектр исходного изображения равен:

$$S_{и}(\nu) = \delta(\nu) + \frac{1}{2}\,\delta(\nu_1 - |\nu|).$$

Считаем, что фильтр на выходе системы не является идеальным и пропускает частоты, бóльшие $\nu_c/2$. Его ВЧХ показана на рис. III.19 сплошной линией. После воздействия фильтра на выходе системы на сигнал его спектр будет описан, как

$$S_{вых\,1}(\nu) = \delta(\nu) + \frac{1}{2}\,K_2(\nu_1)\,\delta(\nu_1 - |\nu|).$$

Спектр $S_{вых1}(\nu)$ показан на рис. III.19 прямыми со стрелками на конце. В результате дискретизации в спектральном пространстве кроме основного возникают и смещенные спектры, показанные на рисунке прямыми с контурными стрелками на конце.

Каждую пару составляющих смещенных спектров, симметричных началу координат, можно представить так:

$$\left.\begin{aligned}
S_{\text{вых }2}(\nu) &= \frac{1}{2} K_2(\nu_c - \nu_1)\,\delta\,[(\nu_c - \nu_1) - |\nu|];\\
S_{\text{вых }3}(\nu) &= K_2(\nu_c)\,\delta\,(\nu_c - |\nu|);\\
S_{\text{вых }4}(\nu) &= \frac{1}{2} K_2(\nu_c + \nu_1)\,\delta\,[(\nu_c + \nu_1) - |\nu|];\\
S_{\text{вых }5}(\nu) &= \frac{1}{2} K_2(2\nu_c - \nu_1)\,\delta\,[(2\nu_c - \nu_1) - |\nu|];\\
S_{\text{вых }6}(\nu) &= K_2(2\nu_c)\,\delta\,(2\nu_c - |\nu|) \text{ и т. д.}
\end{aligned}\right\} \qquad (\text{III.47})$$

Приведенные выражения описывают спектры косинусоид различной частоты, поэтому в изображении, воспроизводимом на

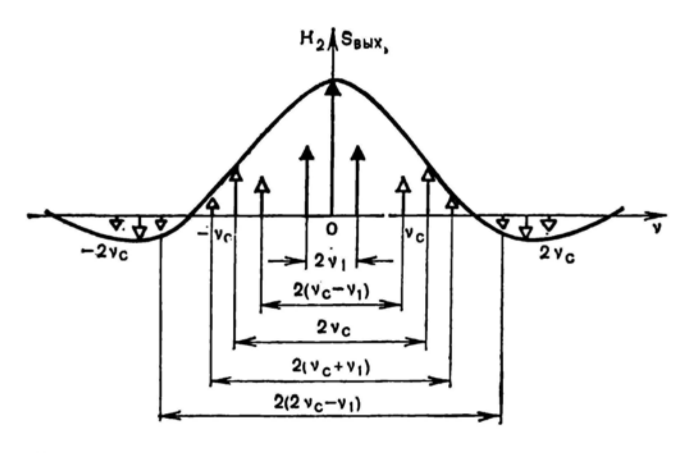


Рис. III.19. Временна́я частотная характеристика фильтра на выходе системы и спектр гармонического сигнала

экране, будет иметь место не только основная гармоника, определяемая обратным преобразованием Фурье функции $S_{\text{вых}1}(\nu)$:

$$E'_{\text{вых}1}(t) = 1 + K_2(\nu_1)\cos 2\pi\nu_1 t,$$

но и ложные гармоники, которые находятся обратным преобразованием Фурье функций (III.47):

$$E'_{\text{вых }2}(t) = K_2(\nu_c - \nu_1)\cos 2\pi(\nu_c - \nu_1)\,t;$$

$$E'_{\text{вых }3}(t) = 2K_2(\nu_c)\cos 2\pi\nu_c t;$$

$$E'_{\text{вых }4}(t) = K_2(\nu_c + \nu_1)\cos 2\pi(\nu_c + \nu_1)\,t;$$

$$E'_{\text{вых }5}(t) = K_2(2\nu_c - \nu_1)\cos 2\pi(2\nu_c - \nu_1)\,t;$$

$$E'_{\text{вых }6}(t) = 2K_2(2\nu_c)\cos 2\pi 2\nu_c t \text{ и т. д.}$$

Вследствие этого изображение, воспроизводимое на выходе кинематографической системы, описывает сумма ряда:

$$E'_{вых}(t) = E'_{вых\,1}(t) + E'_{вых\,2}(t) + E'_{вых\,3}(t) + \cdots =$$

$$= 1 + K_2(\nu_1)\cos 2\pi\nu_1 t + \sum_{n=1}^{\infty}[K_2(n\nu_c - \nu_1)\cos 2\pi(n\nu_c - \nu_1)t +$$

$$+ 2K_2(n\nu_c)\cos 2\pi n\nu_c t + K_2(n\nu_c + \nu_1)\cos 2\pi(n\nu_c + \nu_1)t]. \quad (III.48)$$

Ложные высокочастотные составляющие, возникающие в воспроизводимом изображении, и обусловливают появление искажений второго рода, которые проявляются как мелькания и прерывистость движения изображения.

Пример 1. Найти изменение освещенности на экране кинотеатра в двух случаях:

а) исходное изображение изменяется во времени согласно выражению (III.46) с частотой $\nu_1 = 6$ с$^{-1}$;

б) исходное изображение неизменно во времени.

Кинопроектор имеет однолопастный обтюратор и характеристику обтюрации прямоугольной формы, причем коэффициент обтюрации, т. е. отношение времени проекции кадра к периоду смены кадров, $\eta_0 = 0{,}5$; $\nu_c = 24$ кадр/с.

На основе формулы (III.31) находим, что ВЧХ на выходе кинематографической системы равна:

$$K_2(\nu) = K_{пр}(\nu) = \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\nu}{48}.$$

В соответствии с формулой (III.48) имеем:

$$E'_{вых}(t) = 1 + \operatorname{sinc}\pi\,\frac{6}{48}\cos 2\pi\, 6t +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty}\Big[\operatorname{sinc}\pi\,\frac{n\,24 - 6}{48}\cos 2\pi(n24 - 6)t +$$

$$+ 2\operatorname{sinc}\pi\,\frac{n\,24}{48}\cos 2\pi n\,24t + \operatorname{sinc}\pi\,\frac{n\,24 + 6}{48}\cos 2\pi(n\,24 + 6)t\Big].$$

Вычисление суммы ряда показывает, что яркость изображения на экране изменяется так, как показано на рис. III.20, *а*, т. е. не только изменяется «ступенчато», но и прерывается во времени, мелькает.

Если входное изображение неизменно во времени, то $\nu_1 = 0$ и формула (III.48) принимает вид:

$$E'_{вых}(t) = 2 + 4\sum_{n=1}^{\infty} K_2(n\nu_c)\cos 2\pi n\nu_c t. \quad (III.49)$$

Подставив в эту формулу $K_2(\nu) = \operatorname{sinc} \pi \frac{\nu}{48}$ и вычислив сумму ряда, находим, что изображение на экране будет изменяться так, как показано на рис. III.20, *б*. Из этого рисунка следует, что изображение мелькает и в этом случае, хотя исходное изображение было неизменным во времени.

Мелькания изображения — наиболее неприятные проявления искажений второго рода, поскольку они воспринимаются при наблюдении на экране не только движущихся, но и неподвижных изображений. Вполне понятно, что если мелькания будут устранены при проекции неподвижных изображений, то они не будут иметь места и при проекции движущихся.

Положим, что исходное изображение не изменяется во времени, а его освещенность $E'_и(t) = 1$. Спектр этого изображения равен $S_и(\nu) = \delta(\nu)$. После дискретизации спектр изображения опишет функция:

$$S^*(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - n\nu_c).$$

(Показана стрелками на рис. III.21.)

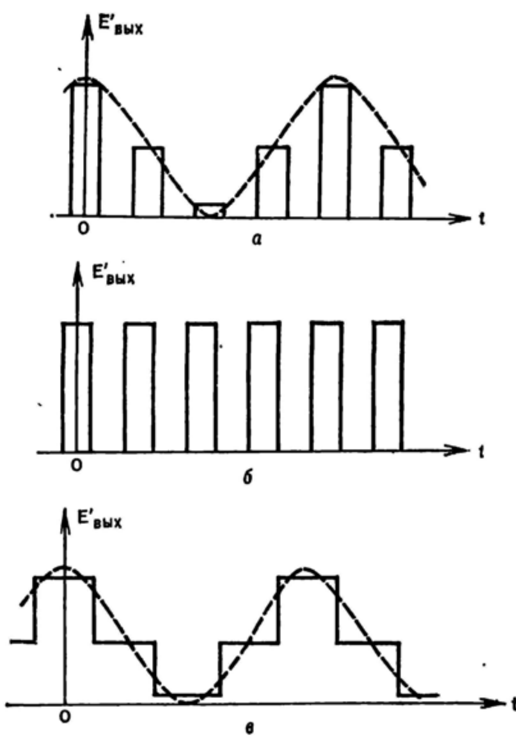


Рис. III.20. Графики изменения яркости изображения на экране

Из рис. III.21 следует, что для восстановления исходного спектра $S_{и}(\nu) = \delta(\nu)$ необходимо, чтобы фильтр на выходе системы полностью подавил частоту ν_c и все высшие, кратные ей частоты, поскольку только на этих частотах находятся смещенные спектры (показаны прямыми с контурными стрелками на концах).

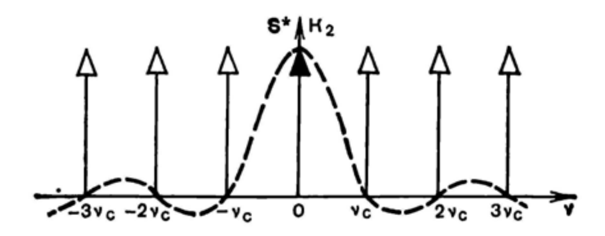


Рис. III.21. Спектр дискретизированного неизменного во времени сигнала и временна́я частотная характеристика безобтюраторного кинопроектора (штриховая линия)

Причем для устранения мелькания изображения подавление всех промежуточных частот совсем не обязательно. Полное подавление всех частот, кратных ν_c, можно обеспечить, когда коэффициент обтюрации кинопроектора равен единице, а его ВЧХ выражает функция:

$$K_2(\nu) = K_{пр}(\nu) = \operatorname{sinc} \pi \frac{\nu}{\nu_c} = \operatorname{sinc} \pi \frac{\nu}{24}. \qquad \text{(III.50)}$$

(Показана на рис. III.21 штриховой линией.)

Из рис. III.21 следует, что кинопроектор с коэффициентом обтюрации, равным единице, полностью подавляет частоты, кратные ν_c, поэтому, как это ясно и из интуитивных представлений, мельканий в воспроизводимом изображении не будет. Подставив значение $K_2(\nu)$ из формулы (III.50) в выражение (III.49) и вычислив сумму ряда, убеждаемся, что воспроизводимое изображение неподвижного объекта будет непрерывным и постоянным во времени.

Коэффициент обтюрации, равный единице, может обеспечить, например, кинопроектор с оптической компенсацией.

На основе изложенного сделаем обобщающий вывод: для устранения мелькания изображений частота ν_c кинопроекции и все кратные ей частоты должны быть полностью подавлены. Однако это не означает, что полное подавление частот, кратных ν_c, полностью устраняет искажения второго рода.

П р и м е р 2. Найти изменение освещенности на экране кинотеатра, если исходное изображение изменяется во времени согласно выражению (III.46) с частотой $\nu_1 = 6$ с$^{-1}$. Кинопроек-

тор имеет коэффициент обтюрации, равный единице, $\nu_c = 24$ кадр/с.

Подставив значение $K_2(\nu)$ из формулы (III.50) в равенство (III.48) и произведя вычисления для $\nu_1 = 6$ с$^{-1}$, находим, что изображение гармонического сигнала на выходе системы будет иметь вид, показанный на рис. III.20, *в*. Из рисунка следует, что изображение не прерывается во времени, но изменяется не плавно, а скачкообразно. Это приведет к тому, что изображения движущихся объектов будут перемещаться по экрану не непрерывно и плавно, а скачками. Для устранения подобных проявлений искажений второго рода необходимо полностью подавить в спектре воспроизводимого изображения все частоты, бо́льшие $\nu_c/2$, что в современных кинопроекторах невозможно.

Поскольку проекционная система современных кинопроекторов не может обеспечить полного подавления не только частот, бо́льших $\nu_c/2$, но и всех частот, кратных частоте кинопроекции, то при воспроизведении кинофильмов на экране всегда имеют место искажения второго рода, проявляющиеся как в мелькании, так и прерывистости движения изображения. Несмотря на это, зрители мало замечают искажения при просмотре кинофильмов. Чем это можно объяснить?

Дело в том, что фильтрующее действие кинопроектора на выходе кинематографической системы дополняется фильтрующим действием зрительного анализатора, который, как было показано выше, почти полностью подавляет частоты, бо́льшие $48 \div 50$ с$^{-1}$.

При совместном действии кинопроектора и зрительного анализатора ВЧХ на выходе кинематографической системы определяется выражением:

$$K_2(\nu) = K_{пр}(\nu)\,K_{зр}(\nu). \qquad \text{(III.51)}$$

Для того чтобы мелькания изображения были незаметны, ВЧХ $K_{пр}(\nu)$ кинопроектора и ВЧХ $K_{зр}(\nu)$ зрительного анализатора согласуются таким образом, чтобы все частоты, кратные ν_c, были полностью подавлены. Последнее достигается следующим образом.

При частоте кинопроекции 24 кадр/с в пределах ВЧХ зрительного анализатора находится частота ν_c, частоты же $2\nu_c$, $3\nu_c$ и высшие, кратные частоте кинопроекции, полностью подавляются зрительным анализатором. В любительском кинематографе при частоте кинопроекции 16—18 кадр/с в пределах ВЧХ зрительного анализатора находятся частоты ν_c и $2\nu_c$. Все высшие частоты, кратные ν_c, подавляются зрительным анализатором.

Следовательно, для того чтобы зритель не заметил мельканий при просмотре кинофильмов, кинопроектор при проекции с частотой 24 кадр/с должен полностью подавить частоту 24 с$^{-1}$, а при проекции с частотой 16—18 кадр/с — частоты 16—18 и 32—36 с$^{-1}$.

Задача полного подавления этих частот была остроумно решена в первые же годы появления кинематографа путем введения двух- или трехлопастных обтюраторов, перекрывающих кадровую рамку дважды или трижды за период смены кадров.

В § III.4 было показано, что двухлопастный обтюратор полностью подавляет частоты, равные ν_c, а трехлопастный — частоты, равные ν_c и $2\nu_c$. Этим и объясняется то, что зрители не замечают мелькания изображения в современном кинематографе.

Пример 3. Частота кинопроекции равна 24 кадр/с, а в кинопроекторе применен двухлопастный обтюратор. ВЧХ кинопроектора описывает выражение (III.42). Найти результирующую ВЧХ системы кинопроектор — зрительный анализатор.

На основе формулы (III.42) имеем:

$$K_{\text{пр}}(\nu) = \operatorname{sinc}\pi \frac{\nu}{96} \cos\pi \frac{\nu}{48}.$$

Подставляя это значение $K_{\text{пр}}(\nu)$ и значение $K_{\text{зр}}(\nu)$ из формулы (III.45) в равенство (III.51), получим:

$$K_2(\nu) = \operatorname{sinc}\pi \frac{\nu}{96} \cos\pi \frac{\nu}{48} \exp\left[-3{,}5\left(\frac{\nu}{48}\right)^2\right]. \quad \text{(III.52)}$$

Вычислив значения $K_2(\nu)$, строим график функции (рис. III.22,*а*).

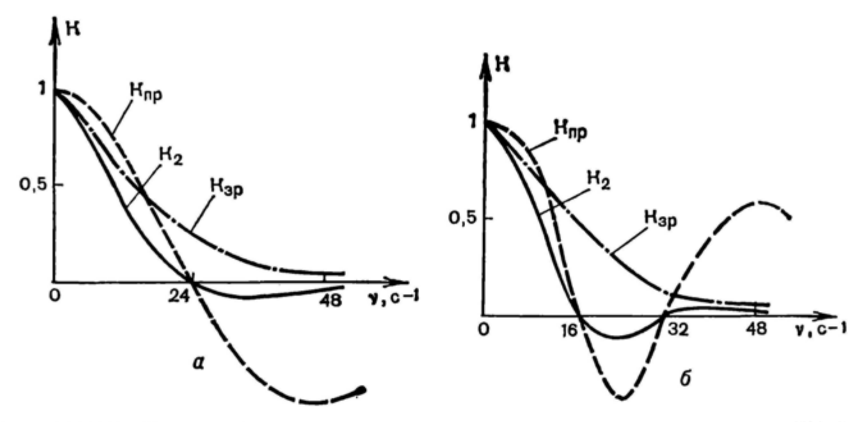


Рис. III.22. Временные частотные характеристики кинопроектора ($K_{\text{пр}}$), зрительного анализатора ($K_{\text{зр}}$) и фильтра на выходе системы (K_2)

Пример 4. Частота кинопроекции равна 16 кадр/с, а в кинопроекторе использован трехлопастный обтюратор. ВЧХ кинопроектора выражает формула (III.44). Найти результирующую ВЧХ системы кинопроектор — зрительный анализатор.

На основе формулы (III.44) имеем:

$$K_{\text{пр}}(\nu) = \frac{1}{3} \operatorname{sinc}\pi \frac{\nu}{96} \left(1 + 2\cos\frac{2}{3}\pi \frac{\nu}{16}\right).$$

Подставляя это значение $K_{пр}(\nu)$ и значение $K_{зр}(\nu)$ из формулы (III.45) в равенство (III.51), получим:

$$K_2(\nu) = \frac{1}{3}\,\mathrm{sinc}\,\pi\,\frac{\nu}{96}\left(1 + 2\cos\pi\,\frac{\nu}{24}\right)\exp\left[-3{,}5\left(\frac{\nu}{48}\right)^2\right].$$

Вычислив значения $K_2(\nu)$, строим график функции (рис.III.22,*б*).

Пример 5. Найти, как воспримет зритель изменение яркости экрана, если исходное изображение изменяется во вре-

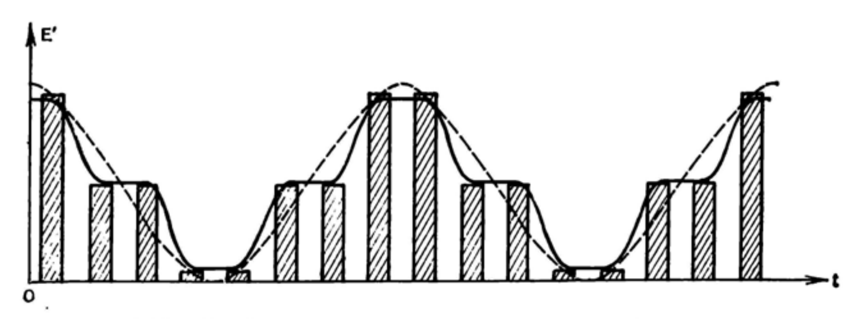


Рис. III.23. Графики входного (штриховая линия) гармонического сигнала и сигнала на выходе системы (сплошная линия)

мени согласно выражению (III.46) с частотой 6 с$^{-1}$, а ВЧХ фильтрующей системы на выходе выражает формула (III.52).

Подставив значение $K_2(\nu)$ из формулы (III.52) в равенство (III.48) и произведя вычисления для $\nu_1 = 6$ с$^{-1}$, находим, что зритель воспримет изображение объекта с гармонически изменяющейся яркостью так, как изображено на рис.III.23. Заштрихованные прямоугольники показывают, как изменяется при проекции яркость экрана. Из рисунка следует, что зрительный анализатор в значительной степени сглаживает скачки яркости. Однако искажения второго рода все же изменяют форму косинусоиды.

Таким образом, хотя в современной кинематографической системе достаточно подавляются частоты, кратные частоте кинопроекции, но частоты, бóльшие $\nu_c/2$, все же подавляются довольно слабо. Вследствие этого искажения второго рода имеют место в воспринимаемом зрителем изображении. Они проявляются в прерывистости движения изображения, что особенно заметно при проекции кадров, снятых с панорамированием киносъемочным аппаратом. Устранение этих искажений может быть достигнуто увеличением фильтрующего действия кинопроектора или повышением частоты кинопроекции, а следовательно, и киносъемки.

Анализ преобразований изображений был выполнен выше в применении к несколько идеализированной системе. При ана-

лизе преобразований во время киносъемки считалось, что на выходе системы применен идеальный фильтр временны́х частот, а при анализе преобразования изображения во время кинопроекции считалось, что на входе применен идеальный фильтр.

Определим теперь воспроизводящие свойства системы, имеющей и на входе и на выходе реальные фильтры временны́х частот. Анализ удобнее проводить в спектральной области. Если система линейна и инвариантна к сдвигу, то на основе выражения (I.36) можем написать, что спектр сигнала на выходе будет равен:

$$S_{\text{вых}}(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{\text{вх}}\left(\nu - \frac{n}{T_{\text{c}}}\right) K_1\left(\nu - \frac{n}{T_{\text{c}}}\right) K_2(\nu). \quad (\text{III}.53)$$

Данная формула позволяет найти спектр изображения на выходе кинематографической системы при наличии искажений как первого, так и второго рода, а следовательно, зная изображение, поданное на вход системы, можно определить изображение, воспринимаемое зрителем в кинотеатре.

Например, если вращающееся колесо (см. рис. III.12) имеет спицы с угловым размером, равным угловому размеру интервалов между спицами, то изменение освещенности точки плоскости кинопленки, через которую движутся изображения спиц, может быть определено функцией с периодом $1/\nu_1$, заданной условиями:

$$E'_{\text{вх}}(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } 0 < t < \dfrac{1}{4\nu_1}; \\ 0 \text{ при } \dfrac{1}{4\nu_1} < t < \dfrac{1}{2\nu_1} \end{cases}$$

и

$$E'_{\text{вх}}(-t) = E'_{\text{вх}}(t).$$

Эту периодическую функцию выразим суммой ряда Фурье:

$$E'_{\text{вх}}(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\left(\cos 2\pi\nu_1 t - \frac{1}{3}\cos 2\pi 3\nu_1 t + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{5}\cos 2\pi 5\nu_1 t - \cdots\right).$$

Преобразование Фурье дает спектр изображения:

$$S_{\text{вх}}(\nu) = \frac{1}{2}\,\delta(\nu) + \frac{1}{\pi}\left[\delta(\nu_1 - |\nu|) - \frac{1}{3}\,\delta(3\nu_1 - |\nu|) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{5}\,\delta(5\nu_1 - |\nu|) - \cdots\right].$$

Задав значения $K_1(\nu)$, $K_2(\nu)$ и ν_1, с помощью формулы (III.53) можно найти спектр на выходе системы, а выполнив об-

ратное преобразование Фурье, — определить изменение яркости в элементе выходного изображения вращающегося колеса, воспроизведенного системой.

Анализ формулы (III.53) показывает, что если на вход системы подан гармонически изменяющийся сигнал и его частота не превышает $\nu_c/2$, то усиление фильтрующего действия киносъемочного аппарата не изменит формы сигнала, воспроизведенного системой, хотя уменьшит его амплитуду. Это говорит о том, что усиление фильтрации временны́х частот на входе системы не может устранить искажений второго рода, но делает их менее заметными, поскольку с уменьшением амплитуды колебаний яркости увеличивается смаз движущихся изображений. Этот вывод подтверждается и опытом работы художников-мультипликаторов, которые намеренно изображают быстродвижущиеся объекты смазанными в направлении их движения, что уменьшает заметность прерывистости движения изображения объектов при проекции кинофильма на экран.

§ III.7. СДВИГ ИЗОБРАЖЕНИЯ ВО ВРЕМЯ ЗАПИСИ

Эффективная фильтрация нижних временны́х частот на входе системы с целью устранения (или уменьшения) искажений первого рода вызывает «смаз» изображения, т. е. пониженную четкость и резкость изображения движущихся объектов. Это вызвано тем, что при больших временах экспозиции изображение движущихся объектов может сдвинуться относительно кинопленки на значительную величину.

Будем считать, что время экспонирования кинопленки и выдержка $t_в$ на всей площади кадра являются величинами постоянными. Тогда распределение экспозиции $H(x)$ вдоль оси $0x$ при записи неподвижных изображений с точностью до постоянного множителя будет определять распределение действующих освещенностей $E'(x)$ в изображении объекта, поскольку

$$H(x) = E'(x)\, t_в. \qquad \text{(III.54)}$$

Когда же изображение во время записи смещается относительно кинопленки в направлении оси $0x$, распределение экспозиции, а следовательно, и записанное изображение будут зависеть не только от распределения действующих освещенностей в изображении объекта, но и от скорости перемещения изображения v и времени экспонирования кинопленки.

Пусть изображение, определяемое функцией $E'(x)$, во время записи перемещается вдоль оси $0x$ с постоянной скоростью v. Свяжем ось $0x$ с неподвижной кинопленкой, тогда можно представить себе, что кривая, изображающая функцию $E'(x)$ (рис. III.24), перемещается относительно оси $0x$ в направлении стрелки v. За время выдержки $t_в$ кривая переместится на вели-

чину $x_э = vt_в$. Определим экспозицию в произвольно выбранной точке $x = x_1$.

Условимся считать, что за время выдержки мимо точки $x = x_1$ переместится участок изображения, расположенный между координатами $x = x_1 - \frac{x_э}{2}$ и $x = x_1 + \frac{x_э}{2}$. Поскольку кинопленка является элементом кинематографической системы с «памятью», то она «запоминает» все изменения освещенности во время экспонирования, суммируя их. Следовательно, экспозиция будет равна среднему значению освещенности на участке длиной $x_э$, умноженному на выдержку:

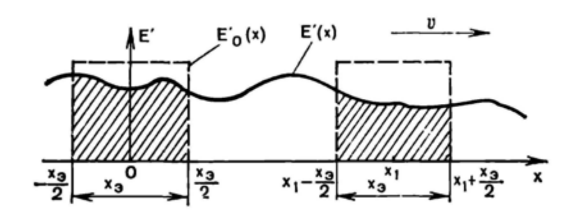


Рис. III.24. К определению экспозиции при записи движущегося относительно кинопленки изображения в киносъемочном аппарате с прямоугольной характеристикой обтюрации

$$H'_в(x_1) = E'_{ср}(x_1)\, t_в. \qquad (III.55)$$

Так как $t_в = \mathrm{const}$, то из выражения (III.55) следует, что распределение экспозиции при записи движущегося изображения определяется распределением средних действующих освещенностей. Следовательно, функция $E'_{ср}(x)$ полностью определяет и изображение, записанное на кинопленке.

На основе теоремы о среднем значении можем написать:

$$E'_{ср}(x_1) = \frac{1}{x_э} \int\limits_{x_1 - \frac{x_э}{2}}^{x_1 + \frac{x_э}{2}} E'(x)\, dx. \qquad (III.56)$$

В рассмотренном случае считалось, что обтюратор, мгновенно открыв зрачок киносъемочного объектива, оставлял его в течение экспонирования кинопленки полностью открытым, т. е. характеристика обтюрации киносъемочного аппарата прямоугольная. Выше было показано, что характеристика обтюрации в киносъемочном аппарате может быть также трапецеидальной, треугольной или полуэллипсной. При таких характеристиках обтюрации величина средней освещенности в точке $x = x_1$ будет за-

висеть не только от распределения действующих освещенностей в движущемся изображении, скорости его движения и времени экспонирования кинопленки, но и от формы характеристики обтюрации. Действительно, если, например, характеристика обтюрации трапецеидальная, то освещенность любой точки изображения в начале экспонирования кинопленки меньше освещенности, которая имеет место при полностью открытом зрачке объектива. По мере того, как обтюратор открывает зрачок, освещенность изображения постепенно увеличивается, и только при полностью открытом зрачке освещенность достигает своего максимального значения.

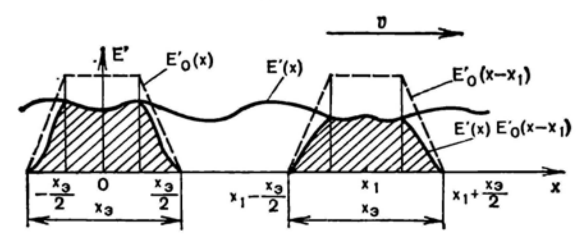


Рис. III.25. К определению функции $E'_{сдв}(x)$ при записи движущегося относительно кинопленки изображения в киносъемочном аппарате с трапецеидальной характеристикой обтюрации

Будем считать, что в общем случае изменение освещенности изображения под действием обтюратора описывается функцией $E'_0(x)$, причем $x = vt$, т. е. график функции перемещается относительно кинопленки совместно с изображением. Назовем зависимость $E'_0(x)$ *характеристикой сдвига* (показана на рис. III.25 штриховой линией). Теперь функция $E'_{ср}(x)$ будет равна не средней освещенности движущегося изображения на участке $x_1 - \frac{x_э}{2} < x < x_1 + \frac{x_э}{2}$, а средней величине произведения функций $E'(x)$ и $E'_0(x - x_1)$ на том же участке, т. е.

$$E'_{ср}(x_1) = \frac{1}{x_э} \int\limits_{x_1 - \frac{x_э}{2}}^{x_1 + \frac{x_э}{2}} E'(x) E'_0(x - x_1)\, dx. \qquad \text{(III.57)}$$

Поскольку $x_э = \text{const}$, то распределение действующих освещенностей, определяющих записываемое изображение, с точностью до постоянного множителя выражает интеграл в правой части равенства, который обозначим $E'_{сдв}(x_1)$, причем:

$$E'_{сдв}(x_1) = x_э E'_{ср}(x_1). \qquad \text{(III.58)}$$

На основе равенств (III.57) и (III.58) находим:

$$E'_{\text{сдв}}(x_1) = \int\limits_{x_1-\frac{x_э}{2}}^{x_1+\frac{x_э}{2}} E'(x)\,E'_0(x-x_1)\,dx. \qquad \text{(III.59)}$$

Так как мы считаем, что скорость движения изображения постоянна, то характеристика сдвига подобна характеристике обтюрации и отличается от нее только тем, что определяется функцией не времени, а пространственных координат. Причем переменные связаны равенством $x = vt$.

В табл. III.5 приведены характеристики сдвига, которые подобны характеристикам обтюрации, приведенным в табл. III.3.

Таблица III.5

ПЧХ сдвига

Характеристика сдвига	$H_{\text{сдв}}(f)$
1. Прямоугольная (высота $\frac{1}{x_э}$, ширина $x_э$)	$\operatorname{sinc}\pi f x_э$
2. Трапецеидальная (высота $\frac{2}{x_э+x_0}$, ширины x_0, $x_э$)	$\operatorname{sinc}\pi f \frac{x_э+x_0}{2}\ \operatorname{sinc}\pi f \frac{x_э-x_0}{2}$
3. Треугольная (высота $\frac{2}{x_э}$, ширина $x_э$)	$\operatorname{sinc}^2 \pi f \frac{x_э}{2}$
4. Полуэллипсная (высота $\frac{4}{\pi x_э}$, ширина $x_э$)	$\frac{2J_1(\pi f x_э)}{\pi f x_э}$

Характеристики сдвига всегда ограничены в пространстве и равны нулю при $x_1 - \frac{x_э}{2} > x > x_1 + \frac{x_э}{2}$, следовательно, подын-

тегральное выражение в формуле (III.59) также равно нулю в этих пределах. Поэтому мы имеем право пределы интегрирования в формуле (III.59) расширить до бесконечности:

$$E'_{сдв}(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} E'(x) E'_0(x - x_1)\, dx. \qquad \text{(III.60)}$$

Учитывая, что функция $E'_0(x)$ четная, и заменив обозначения переменных, приведем выражение (III.60) к окончательному виду:

$$E'_{сдв}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E'(x_1) E''_0(x - x_1)\, dx_1. \qquad \text{(III.61)}$$

Данное выражение является сверткой функций $E'(x)$ и $E'_0(x)$. Поэтому воздействие функции $E'_0(x)$ на изображение при его сдвиге аналогично воздействию на изображение импульсной реакции системы, например ФРЛ. А раз это так, то процесс сдвига может быть охарактеризован не только характеристикой сдвига, но и пространственной частотной характеристикой сдвига $K_{сдв}(f)$, равной преобразованию Фурье функции $E'_0(x)$:

$$K_{сдв}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_0(x) \exp(-i\, 2\pi f x)\, dx.$$

В табл. III.5 приведены формулы, определяющие $K_{сдв}(f)$ для различных характеристик сдвига.

Зная характеристику сдвига и скорость передвижения изображения, по формуле (III.61) можно найти функцию, определяющую записанное на кинопленке изображение.

Если же известен спектр записываемого изображения $S(f)$, то в результате сдвига спектр записанного изображения будет равен:

$$S_{сдв}(f) = S(f)\, K_{сдв}(f).$$

Как было показано ранее, «смаз» изображения, вызванный сдвигом изображения движущегося объекта, равноценен фильтрации временны́х частот в спектре записываемого изображения, что уменьшает заметность искажений первого рода. В тех же случаях, когда искажения первого рода не страшны, но требуется получить на киноленте резкие изображения движущихся объектов, величину «смаза» необходимо уменьшить, что достигается уменьшением выдержки.

Следует отметить, что сдвиг изображения может возникнуть не только при записи изображений движущихся объектов или панорамировании киносъемочным аппаратом, но и в результате неудовлетворительной работы киносъемочного или кинокопировального аппарата. Если кинопленка в фильмовом канале кино-

съемочного аппарата перемещается во время экспонирования, то это вызывает сдвиг изображения. Аналогично, если при печати кинопленка смещается относительно негатива, то это также приводит к сдвигу изображения. Используя изложенную методику вычислений, можно оценить влияние сдвига на получаемое изображение и для указанных случаев.

§ III.8. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Ранее для удобства анализа процессы записи, преобразования и воспроизведения изображений во времени и в пространстве были условно разделены. В действительности эти

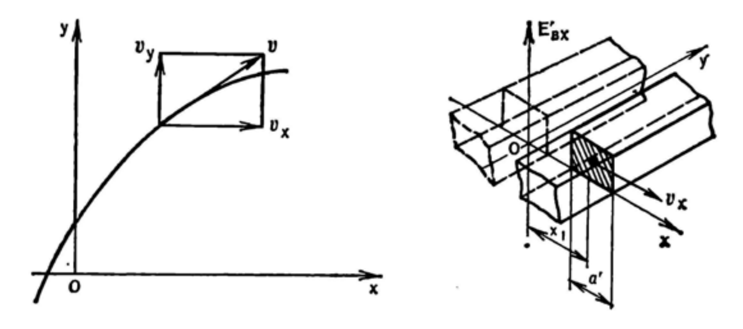


Рис. III.26. Траектория движения элементарного участка изображения

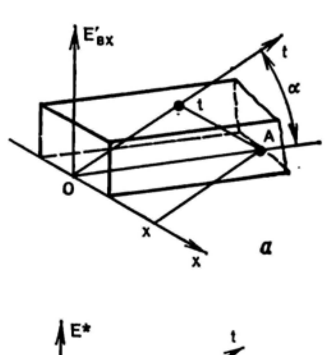
Рис. III.27. График функции, определяющей изображение движущейся полосы

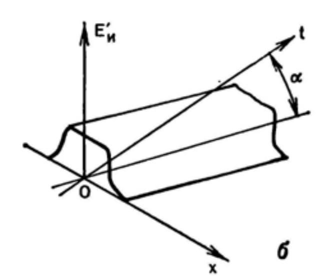
процессы происходят одновременно во времени и в пространстве, поэтому в общем случае необходимо анализировать преобразования изображения, описываемого функцией трех переменных $E'(x, y, t)$. Если изображение движется, то в заданный момент времени каждый элементарный участок изображения перемещается по касательной к траектории движения (рис. III.26). Скорость v движения этого элемента может быть разложена на две составляющие: v_x и v_y — соответственно вдоль осей $0x$ и $0y$.

Рассмотрим простейший случай, когда входное изображение движется поступательно в направлении оси $0x$. Движущийся элемент изображения при этом может быть выражен функцией двух аргументов: пространственной координаты x и времени t, т. е. $E'_{вх}(x, t)$. Пусть, например, изображение представляет собой бесконечно длинную полосу шириной a' (рис. III.27), которая параллельна оси $0y$ и перемещается с постоянной скоростью v_x вдоль оси $0x$. В начальный момент (при $t = 0$) изображение за-

нимает положение, показанное на рисунке штриховыми линиями. Через промежуток времени t изображение сместится на величину $x_1 = v_x t$ и займет положение, показанное на рисунке сплошными линиями.

Проанализируем преобразования бесконечно узкого элемента изображения, совпадающего с осью $0x$ ($y = 0$). Этот элемент





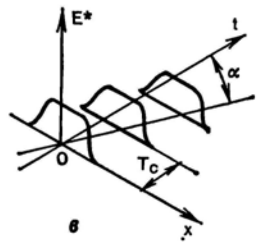


Рис. III.28. Графики функций, показывающих изменение элемента изображения движущейся полосы во времени и в пространстве при киносъемке

заштрихован на рис. III.27. В начальный момент изображение элемента описывает функция:

$$E'_{\text{вх}}(x,\ 0) = \text{rect}\left(\frac{x}{a'}\right),$$

а через промежуток времени t:

$$E'_{\text{вх}}(x,\ t) = \text{rect}\left(\frac{x - v_x t}{a'}\right). \qquad \text{(III.62)}$$

Данная функция описывает изменение элемента изображения во времени и в пространстве. Если построить систему координат xOt, то график функции $E'_{\text{вх}}(x,\ t)$ будет иметь вид, показанный на рис. III.28, *а*. Поскольку элемент изображения перемещается относительно кинопленки, график функции имеет форму параллелепипеда, ось которого наклонена по отношению к оси $0t$ на угол α. В момент времени t середина прямоугольного сечения параллелепипеда перемещается в точку $x = v_x t$. Из треугольника OAt находим:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{x}{t}.$$

Следовательно:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{x}{t} = \operatorname{arctg} v_x.$$

Угол α возрастает по мере увеличения скорости v_x движения изображения полосы.

При записи изображения происходит его фильтрация в киносъемочном аппарате по временны́м и пространственным частотам. Как было показано, фильтрацию пространственных частот осуществляют киносъемочный объектив и кинопленка. Их фильтрующее действие приводит к появлению нового изображения, выражаемого функцией:

$$E'_{вх1}(x, t) = E'_{вх}(x, t) * E'_{лз}(x),$$

где $E'_{лз}(x)$ — функция рассеяния линии звена записи. Функция $E'_{вх1}(x, t)$ описывает распределение действующих освещенностей в изображении полосы в заданный момент времени t.

Фильтрация изображения по временны́м частотам проявляется в «смазе» записываемого изображения, вызванном сдвигом изображения во время записи. В результате мы получаем изображение, определяемое сверткой функции, выражающей распределение действующих освещенностей в неподвижном изображении полосы, с функцией, показывающей характеристику сдвига $E'_0(x)$:

$$E'_{н}(x, t) = E'_{вх1}(x, t) * E'_0(x).$$

Полученное изображение $E'_{н}(x, t)$ отличается от входного $E'_{вх}(x, t)$ несколько сглаженным обликом (рис. III.28, *б*).

При записи изображения в киносъемочном аппарате происходит его дискретизация по аргументу t. В результате на кинопленке записываются не все значения функции $E'_{н}(x, t)$, а лишь значения, следующие через интервалы, равные периоду смены кадров $T_с$ (рис. III.28, *в*). Вследствие этого записываемое изображение определяет функция:

$$E^*(x, t) = E'_{н}(x, t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_с) T_с.$$

В процессе преобразований изображения в звеньях кинематографической системы происходит дополнительная фильтрация пространственных частот, еще более сглаживающая облик записанного изображения полосы. В результате получаем изображение, определяемое функцией:

$$E^*_{вых}(x, t) = E^*(x, t) * E'_{лп}(x) * E'_{лв}(x),$$

где $E'_{лп}(x)$ и $E'_{лв}(x)$ — функции рассеяния линии звеньев преоб-

разования и воспроизведения (печать, фотографическая обработка, кинопроекция). Кроме того, в кинопроекторе осуществляется фильтрация временны́х частот. Она приводит к появлению нового изображения:

$$E'_{\text{вых}}(x,\ t) = E^{*}_{\text{вых}}(x,\ t) \ast E'_0(t).$$

Здесь $E'_0(t)$ — характеристика обтюрации кинопроектора.

Положим, что кинопроектор имеет двухлопастный обтюратор с характеристикой обтюрации в виде двух прямоугольников.

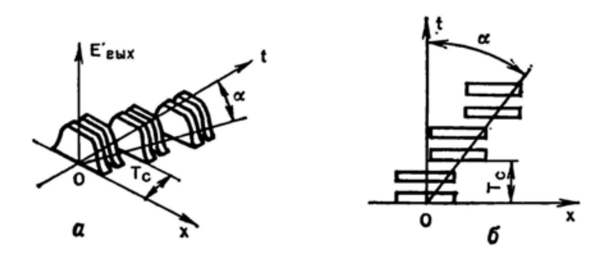


Рис. III.29. Графики функции, показывающей изменение положения элемента изображения движущейся полосы при кинопроекции

Тогда изменение положения элемента изображения движущейся полосы на киноэкране может быть показано графиком, представленным на рис.III.29,*а*. Упрощенно в плане этот график изображен на рис.III.29,*б*.

Перейдем теперь к более общему случаю, когда записываемое изображение выражается функцией трех переменных $E'(x,\ y,\ t)$. По аналогии с рассмотренным выше упрощенным анализом преобразования изображения, преобразование трехмерной функции в кинематографической системе может быть представлено эквивалентной схемой, приведенной на рис. III.30.

Входное изображение $E'_{\text{вх}}(x,\ y,\ t)$ поступает в звено записи *З*, где осуществляется фильтрация пространственных частот в соответствии с выражением:

$$E'_{\text{вх}1}(x,\ y,\ t) = E'_{\text{вх}}(x,\ y,\ t) \ast\ast E'_{\text{тз}}(x,\ y).$$

Здесь $E'_{\text{тз}}(x,\ y)$ — функция рассеяния точки звена записи.

В устройстве Φ_1 осуществляется фильтрация временны́х частот, в результате которой возникает сдвиг изображения. Считая, что изображение движется поступательно вдоль оси $0x$, можем написать:

$$E'_{\text{и}}(x,\ y,\ t) = E'_{\text{вх}1}(x,\ y,\ t) \ast E'_0(x).$$

«Чистая» дискретизация изображения во времени происходит

в устройстве *Д*. Действие этого устройства на изображение определяет выражение:

$$E^*(x, y, t) = E'_{и}(x, y, t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_c)\, T_c.$$

В звеньях преобразования *П* и воспроизведения *В* изображения осуществляется фильтрация пространственных частот в соответствии с формулами:

$$E^*_{вых\,1}(x, y, t) = E^*(x, y, t) \ast\ast E'_{тп}(x, y);$$

$$E^*_{вых}(x, y, t) = E^*_{вых\,1}(x, y, t) \ast\ast E'_{тв}(x, y),$$

где $E'_{тп}(x, y)$ и $E'_{тв}(x, y)$ — функции рассеяния точек звеньев преобразования и воспроизведения.

$E'_{вх}(x,y,t)$ → З → $E'_{вх1}(x,y,t)$ → $Ф_1$ → $E_{и}(x,y,t)$ → Д → $E^*(x,y,t)$ → П → $E^*_{вых\,1}(x,y,t)$ → В → $E^*_{вых}(x,y,t)$ → $Ф_2$ → $E'_{вых}(x,y,t)$

Рис. III.30. Эквивалентная схема пространственно-временных преобразований изображения в сквозном кинематографическом процессе

Наконец, в фильтре $Ф_2$ происходит фильтрация временны́х частот, в результате чего получаем выходное изображение, определяемое функцией:

$$E'_{вых}(x, y, t) = E^*_{вых}(x, y, t) \ast E'_0(t).$$

При рассматривании изображения зрителем осуществляется дополнительная фильтрация временны́х и пространственных частот зрительным анализатором, в результате чего воспринимаемое изображение будет еще более сглажено как в пространстве, так и во времени.

При рассматривании изображения движущихся объектов могут быть два случая. В первом — зрительный анализатор фиксирует неподвижное относительно экрана изображение, на фоне которого перемещаются какие-либо детали изображения объекта. Во втором — наблюдатель следит взором за перемещающимся относительно экрана изображением. Восприятия движущегося изображения в этих случаях отличаются друг от друга.

Положим, что на экране воспроизводится движение изображения светящейся полосы, показанной на рис. III.27. В первом случае на сетчатке глаза элемент изображения будет перемещаться так, как показано на рис. III.29, *б*, т. е. он будет передвигаться скачками. Во втором случае можно предположить, что зритель следит за движением полосы таким образом, что изо-

бражение экрана движется по сетчатке с постоянной скоростью, само же изображение полосы в течение всего времени рассматривания остается неподвижным относительно сетчатки. Тогда положение элемента изображения полосы на сетчатке будет изменяться так, как показано на рис. III.31, *а*.

Отличие второго случая от первого заключается в том, что на участках сетчатки, лежащих в пределах $\frac{a_1'}{2} < |x_c| < \frac{a_2'}{2}$, изображение будет мелькать с частотой $\frac{1}{T_c} = 24$ с$^{-1}$. Эта частота не подавляется зрительным анализатором, поэтому зритель вос-

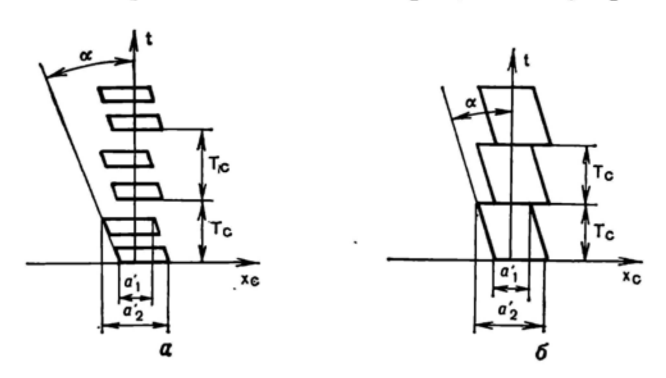


Рис. III.31. Графики функций, показывающих изменение положения элемента изображения движущейся полосы на поверхности сетчатки глаза

примет движущееся изображение как бы окруженным мелькающей каймой. Последнее особенно подчеркивает прерывистость движения изображения. Причем, как следует из рисунка, изображение будет перемещаться относительно сетчатки за период смены кадров скачками на величину $\frac{a_2' - a_1'}{2}$ в направлении действительного движения изображения полосы. В периоды между этими скачками изображение перемещается с постоянной скоростью в противоположном направлении. Указанные искажения хорошо заметны при наблюдении движущихся на экране изображений, особенно при проекции кадров, снятых с панорамированием киносъемочным аппаратом. Движущееся изображение не только окружено мелькающей каймой, но зрителю кажется, что оно при своем движении колеблется относительно среднего положения. Это явление кинооператоры иногда называют *«дроблением» изображения.*

Следовательно, дополнительная холостая лопасть обтюратора кинопроектора хотя и устраняет мелькания изображений, но не устраняет заметности прерывистости движения изображений.

Данное искажение не будет устранено и в том случае, когда используется безобтюраторная кинопроекция. Действительно, как следует из рис. III.31, *б*, и в этом случае имеют место участки сетчатки, на которых образуются изображения, мелькающие с частотой 24 $с^{-1}$ $\left(\text{для } \frac{a_1'}{2} < |x_c| < \frac{a_2'}{2}\right)$. Единственный путь устранения указанного явления — повышение частоты кинопроекции (а следовательно, и киносъемки) до 48 кадр/с, т. е. до частоты, полностью подавляемой зрительным анализатором.

На основе проведенного анализа временных преобразований изображения в реальном кинематографическом процессе можно сделать следующие выводы:

1) современные методы съемки и проекции фильмов не обеспечивают полного устранения искажений первого и второго рода;

2) уменьшение заметности искажений как первого, так и второго рода может быть достигнуто двумя путями: усилением фильтрующего действия киносъемочного и кинопроекционного аппаратов или повышением частоты как съемки, так и проекции.

Первый путь не сулит значительных выгод. Действительно, в современном кинематографе фильтрующее действие всей системы уже достаточно велико и вызывает заметную зрителю нерезкость движущихся изображений. Только в некоторых случаях, для съемок объектов, в изображении которых особенно сильно проявляются искажения первого рода, следует применять специальные киносъемочные аппараты со значительно увеличенным коэффициентом обтюрации. К таким объектам относятся движущиеся автомобили, трактора и т. п., когда в результате искажений первого рода изображения колес и гусениц тракторов воспринимаются движущимися в противоположном направлении. Такие искажения наиболее неприятны и вряд ли допустимы в современном театральном кинематографе.

Второй путь вызывает увеличение стоимости фильмокопий и усложнение конструкции киноаппаратов, которые должны в данном случае работать в форсированном режиме. В то же время повышение частоты кинопроекции улучшает качество изображения, поскольку одновременно с устранением искажений второго рода улучшается резкость изображения движущихся объектов. Если проследить развитие кинематографа исторически, то в самом начале в профессиональном кинематографе была принята частота кинопроекции 16 кадр/с, затем она была повышена до 24 кадр/с, а в телевидении — до 25 кадр/с. При создании панорамного кинематографа частоту проекции увеличили до 26 кадр/с.

Вполне возможно, что в будущем, по мере возрастания требовательности кинозрителей к качеству изображения, встанет вопрос о дальнейшем повышении частоты кинопроекции. Этот вопрос может быть решен только на основе серьезных теоретических и экспериментальных исследований.

Глава IV

ЗАПИСЬ И ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ЦВЕТНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

§ IV.1. МЕТОДЫ ЗАПИСИ ЦВЕТНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Известно, что свет, который излучают или отражают участки объекта съемки, характеризуется *оптическим спектром излучения*, т. е. распределением по длинам световых волн интенсивности излучения. С помощью специального прибора *спектрографа* можно получить и одновременно зарегистрировать оптический спектр излучения. Аналогично, если киносъемочный объектив создает в плоскости кинопленки оптическое изображение, его участки характеризуются вполне определенным оптическим спектром, который может быть объективно измерен.

Следовательно, каждый элементарный участок цветного изображения определяется не только освещенностью, но и оптическим спектральным составом; поэтому изображение (неподвижное), образованное в плоскости кинопленки, является функцией не только пространственных координат x и y, но и аргумента λ — длины волны света. Как было уже показано, если изображение описывает функция трех переменных, то оно может быть записано либо на трехмерном носителе, либо на двумерном при обязательной дискретизации изображения не менее чем по одному аргументу. Причем не важно, по какому из аргументов (x, y или λ) изображение будет дискретизировано.

Чтобы не усложнять математические преобразования, рассмотрим запись оптического спектра излучения на отдельном элементарном участке светочувствительного материала, имеющем вполне определенные координаты x и y. Тогда изображение будет выражаться функцией одного аргумента $E'(\lambda)$. Как и прежде, сделаем допущение о том, что фотографический процесс достаточно линеен.

Запись цветного изображения на трехмерном носителе. Этот метод был предложен еще в конце 1800-х годов известным французским ученым Г. Липпманом [93]. Существо метода заключается в следующем (рис. IV.1). В фотоаппарат помещают специальную фотографическую пластинку *1*. Прозрачный светочувствительный слой *б*, нанесенный на стеклянную пластинку *а*, приводится в непосредственное соприкосновение с какой-либо поверхностью, зеркально отражающей падающие на нее лучи; например, такую поверхность может дать слой ртути *в*. В результате наложения света, падающего на пластинку, и света,

отраженного ртутным зеркалом, над поверхностью зеркала в светочувствительной эмульсии возникают стоячие световые волны. Распределение интенсивности этих волн $S(Z)$ в функции расстояния Z до поверхности зеркала и распределение интенсивности падающего излучения по длинам световых волн $E'(\lambda)$ (оптический спектр излучения) однозначно связаны между собой преобразованием Фурье.

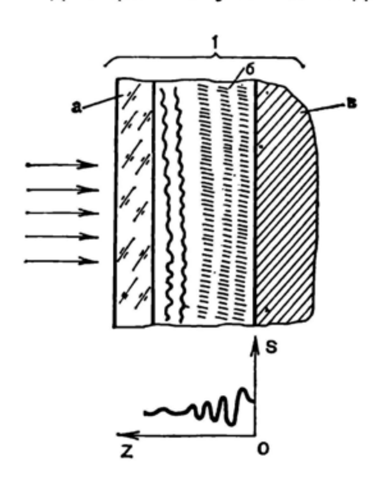


Рис. IV.1. Запись цветного изображения по методу Г. Липпмана

Если липпмановскую фотопластинку проявить так, чтобы в светочувствительном слое образовалось металлическое серебро в количестве, пропорциональном интенсивности стоячих волн, то образуется слоистая структура, пространственное распределение плотностей которой также связано с распределением интенсивностей экспонирующего излучения по длинам волн. При освещении такой фотографии белым светом он интерферирует на слоях этой структуры, вследствие чего оптический спектральный состав отраженного света полностью совпадает со спектральным составом света, который экспонировал фотопластинку. Изображение воспринимается того же цвета, который имел объект съемки. Толщина эмульсии в липпмановской фотографической пластинке должна во много раз превышать длину волны света.

В общей теории своего процесса Г. Липпман фактически показал, что при интерференции происходит обратное преобразование Фурье, благодаря чему и восстанавливается оптический спектр излучения. Поэтому не только наблюдатель воспримет изображение цветным, но с помощью объективного приемника — спектрографа возможно определить оптический спектр излучения соответствующих участков изображения объекта. Такое воспроизведение цветных изображений, выражаемых функцией трех аргументов (x, y, λ), называется *физически точным.*

Вдоль оси $0Z$ (см. рис. IV.1) производится запись не значений функции $E'(\lambda)$, определяющей оптический спектр излучения, а значения функции $S(f)$, которая является преобразованием Фурье функции $E'(\lambda)$. Причем f — частоты гармоник, составляющих функцию $E'(\lambda)$. Переменная f в результате развертки преобразуется в пространственную координату Z, принадлежащую носителю записи. Условимся называть функцию $S(f)$ *частотным спектром* излучения. Он показывает частотное распределение

амплитуд гармоник, составляющих функцию $E'(\lambda)$, которая определяет *оптический* спектр излучения.

Метод Г. Липпмана имел некоторое распространение на практике. Так, фирмой «Карл Цейсс» в Иене выпускались кассеты, приспособленные для фотографирования по методу Г. Липпмана, а также специальный прибор для рассматривания этих изображений. Цветные фотографии были исключительны по красоте и передавали всю гамму красок, создаваемую оптическим спектром. Однако вследствие трудностей, связанных с реализацией этой системы, она дальнейшего развития не получила.

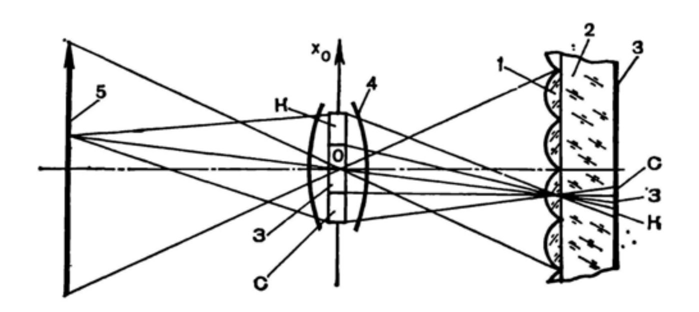


Рис. IV.2. Запись цветного изображения в растровой системе

Запись цветного изображения с дискретизацией по аргументу *x* (или *y*). Дискретизация изображения по аргументу *x* осуществляется в различного вида растровых системах. На рис. IV.2 показана схема аппарата для записи цветного изображения с использованием линзовых линейных растров. Цилиндрические линзы *1* растра расположены на основе *2* кинопленки, на обратной стороне которой имеется светочувствительный слой *3*. Киносъемочный объектив *4* создает в плоскости линзово-растровой кинопленки изображение объекта съемки *5*. В плоскости действующей диафрагмы объектива *4* установлены три светофильтра: соответственно красного К, зеленого З и синего С цвета. Линзы растра образуют в плоскости светочувствительного слоя, имеющего постоянную оптическую спектральную чувствительность* для всего интервала записываемых длин волн, изображения выходного зрачка объектива *4*. Вследствие этого на светочувствительном слое за каждой линзой растра образуются участ-

---

* Оптическая спектральная чувствительность фотографического материала — это отношение величины, характеризующей заданный уровень фотографического эффекта, к энергии монохроматического излучения, вызвавшего (в сочетании с последующей химико-фотографической обработкой) указанный эффект.

ки изображения красного, зеленого и синего цвета. Если после фотографической обработки по методу обращения растровый позитив установить в то же положение по отношению к объективу, которое он занимал при съемке, и осветить источником белого света*, то на экране будет образовано цветное изображение. Вполне понятно, что при записи и при воспроизведении изображения используются одни и те же или аналогичные светофильтры.

В рассмотренной схеме изображение подвергнуто дискретизации не только по аргументу x, но и по аргументу λ. Однако в данном методе это совсем не обязательно. Вместо трех светофильтров в плоскости действующей диафрагмы объектива может быть установлено множество избирательных светофильтров, каждый для определенной длины волны. Тогда за каждой линзой растра будет образовано не три, а множество составляющих цветного изображения. В пределе же можно представить себе такой светофильтр, избирательное пропускание которого по длинам волн непрерывно бы изменялось вдоль оси $0x_0$ (см. рис. IV.2). Аналогичную задачу можно решить, поместив между объективом и растром дисперсионную призму [13].

Таким образом, растровая фотографическая система позволяет произвести запись непрерывного оптического спектра $E'(\lambda)$ излучения, причем переменная λ в результате развертки преобразуется в пространственную координату x в плоскости светочувствительной эмульсии. Последнее открывает возможность записи и воспроизведения в растровых системах физически точных цветных изображений.

Возможность записи непрерывного оптического спектра на двумерной кинопленке достигнута за счет дискретизации изображения по аргументу x, что может вызвать искажения изображения первого и второго рода. Искажения первого рода проявляются в виде муар-эффекта при записи изображений объектов, имеющих периодическую пространственную структуру, а искажения второго рода — в виде заметной зрителю пространственной дискретности изображения.

Трехцветная кинематографическая система с линзово-растровой кинопленкой имела некоторое распространение на практике. Так, например, фирма «Кодак» выпускала в конце 20-х — начале 30-х годов нашего столетия линзово-растровую кинопленку и необходимые приставки к киносъемочному и кинопроекционному аппаратам. В настоящее время этот метод вытеснен применением многослойной цветной кинопленки.

Запись цветного изображения с дискретизацией по аргументу λ основана на фотографировании одного и того же объекта в различных участках оптического спектра.

---

* Здесь и далее считаем, что белый источник света имеет равномерное распределение интенсивности излучения по длинам волн.

В простейшем случае съемка производится несколькими фотоаппаратами *1* (рис. IV.3) через светофильтры *а*, каждый из которых пропускает свет только в своем определенном участке оптического спектра. Объективы *б* строят изображения объекта съемки *2* в плоскости кинопленок *в*.

После химико-фотографической обработки и печати получают черно-белые позитивы. Эти позитивы называют *цветоделенными*.

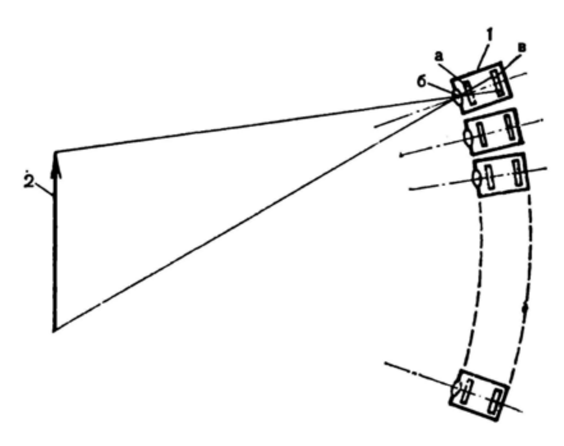


Рис. IV.3. Запись цветного изображения с дискретизацией по аргументу λ

Цветоделенные позитивы устанавливают в диапроекторы, снабженные источниками белого света, и проецируют через светофильтры на экран. При съемке и проекции используют одни и те же или аналогичные светофильтры. На экране возникает суммарное изображение, воспринимаемое цветным.

Пространственный параллакс при съемке несколькими смещенными друг относительно друга фотоаппаратами вызывает некоторое несоответствие в пространственной форме цветоделенных изображений объемных объектов. В результате этого при воспроизведении может возникнуть цветная кайма на краях изображений. Условно будем считать, что пространственный параллакс не велик и не вносит заметных искажений в воспроизводимое изображение.

Данный метод, в отличие от предыдущего (с дискретизацией изображения по аргументу x), позволяет записывать на двумерной кинопленке изображения без дискретизации по пространственным координатам. Однако неизбежная в этом случае дискретизация по аргументу λ может вызвать искажения. Поэтому воспроизведение физически точных цветных изображений в подобных системах достижимо только при определенных условиях.

В кинематографе в настоящее время получил широкое применение метод записи и воспроизведения цветных изображений

с дискретизацией по аргументу λ. В дальнейшем, если нет соответствующих оговорок, имеется в виду только этот метод.

§ IV.2. О ВОЗМОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИ ТОЧНЫХ ЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Положим, что оптический спектр излучения для участка исходного изображения определяется функцией $E'_{и}(\lambda)$, график которой показан на рис. IV.4. В результате дискре-

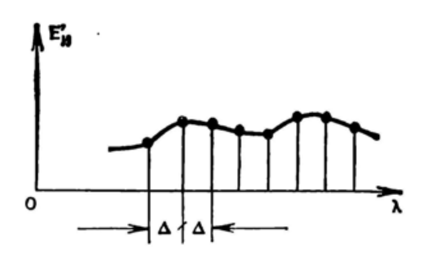


Рис. IV.4. Дискретизация сигнала изображения по аргументу λ

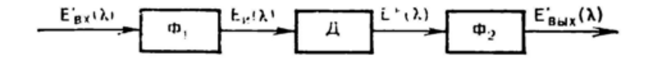


Рис. IV.5. Эквивалентная схема системы записи цветного изображения с дискретизацией по аргументу λ

тизации, осуществляемой рядом фотографических аппаратов (см. рис. IV.3), из функции выделяются и записываются на кинопленках отдельные значения, отстоящие друг от друга на интервалах Δ, являющихся шагами дискретизации. Интервалы Δ зависят от ширины записываемого участка оптического спектра и количества фотоаппаратов. Чем больше количество фотоаппаратов, тем меньше шаг Δ. Вначале будем считать, что количество фотоаппаратов не ограничено.

Ранее было показано, что неискаженное воспроизведение изображения, подвергнутого дискретизации, возможно только в том случае, когда частотный спектр исходного изображения не содержит частот, бо́льших половины частоты дискретизации, а на выходе системы применен идеальный фильтр, полностью подавляющий все частоты, бо́льшие половины частоты дискретизации. В рассматриваемом случае изображение описывается функцией $E'_{и}(\lambda)$, а ее частотный спектр — преобразованием Фурье $S_{и}(f)$ этой функции.

Частота дискретизации равна $1/\Delta$, поэтому частотный спектр функции $E'_и(\lambda)$ не должен содержать частот, бо́льших $1/2\Delta$. Для этого перед записью изображение должно быть отфильтровано. Хотя фильтрация нижних частот и дискретизация осуществляются одновременно, но, как и ранее, удобно обе эти операции условно разделить.

Положим, что перед дискретизацией входное изображение $E_{вх}(\lambda)$ поступает в фильтр Φ_1 (рис. IV.5), который полностью

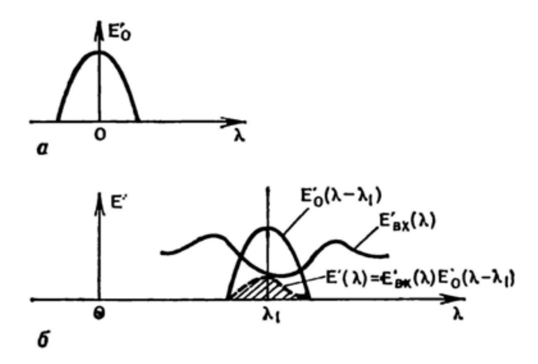


Рис. IV.6. К определению экспозиции в аппарате, предназначенном для записи изображения с длиной волны λ_1

подавляет в его частотном спектре все частоты, бо́льшие $1/2\Delta$. В результате получаем новое изображение, выражаемое функцией $E'_и(\lambda)$, график которой имеет более сглаженный облик, чем график функции $E'_{вх}(\lambda)$. Изображение $E'_и(\lambda)$ поступает в дискретизатор *Д*, где оно подвергается дискретизации, в результате чего возникает изображение, описываемое функцией $E^*(\lambda)$. Для восстановления изображения его подают на вход фильтра Φ_2. Если фильтры Φ_1 и Φ_2 идеальны, то в соответствии с теоремой Котельникова изображение $E'_{вых}(\lambda)$ не отличается от исходного $E'_и(\lambda)$.

Вполне понятно, что фильтрующее действие системы определяют оптические спектральные характеристики* светофильтров и оптическая спектральная чувствительность кинопленок. Для упрощения рассуждений условимся, что оптическая спектральная чувствительность кинопленок для всего записываемого участка оптического спектра постоянна и равна единице. Условимся также, что функциональная форма оптических спектральных характеристик всех светофильтров одинакова, т. е. выра-

---

* *Оптическая спектральная характеристика* светофильтра — график зависимости коэффициента пропускания светофильтра от длины волны излучения монохроматического источника.

жается функцией $E'_0(\lambda - \lambda_1)$, где λ_1 — длина волны света, для которой коэффициент пропускания светофильтра данного аппарата максимален. Причем при $\lambda_1 = 0$ функция $E'_0(\lambda)$ четная (рис. IV.6, *а*). Для аппарата, предназначенного для записи изображения с длиной волны λ_1, функция $E'_0(\lambda)$ просто смещается вдоль оси 0λ в точку с координатой λ_1 (рис. IV.6, *б*).

Величина экспозиции (а следовательно, и коэффициента пропускания в позитиве) в аппарате, предназначенном для записи изображения с длиной волны излучения λ_1, будет пропорциональна полному фотоактиничному потоку, определяемому по формуле [26]:

$$A = \int E'(\lambda)\, E'_s(\lambda)\, d\lambda,$$

где $E'_s(\lambda)$ — оптическая спектральная чувствительность кинопленки. Полный фотоактиничный поток характеризует действие излучения сложного состава, определяемого функцией $E'(\lambda)$, на фотографический материал. В нашем случае излучение сложного состава выражает произведение функций $E'_{вх}(\lambda)$ и $E'_0(\lambda - \lambda_1)$, т. е.

$$E'(\lambda) = E'_{вх}(\lambda)\, E'_0(\lambda - \lambda_1).$$

Поскольку принято, что $E'_s(\lambda) = 1$, то полный фотоактиничный поток будет равен:

$$A = E'_{и}(\lambda_1) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda)\, E'_0(\lambda - \lambda_1)\, d\lambda. \qquad \text{(IV.1)}$$

Значение $E'_{и}(\lambda_1)$ равно площади заштрихованного на рис. IV.6, *б* участка, ограниченного кривой произведения функций $E'_{вх}(\lambda)$ и $E'_0(\lambda - \lambda_1)$. Пределы интегрирования в формуле (IV.1) приняты равными бесконечности, поскольку функцию $E'_0(\lambda - \lambda_1)$ допустимо считать ограниченной вдоль оси 0λ, что и определяет область интегрирования.

Учитывая, что функция $E'_0(\lambda)$ четная, и заменяя обозначения переменных, приходим на основе выражения (IV.1) к равенству:

$$E'_{и}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda_1)\, E'_0(\lambda - \lambda_1)\, d\lambda_1, \qquad \text{(IV.2)}$$

которое представляет собой свертку функций $E'_{вх}(\lambda)$ и $E'_0(\lambda)$. Следовательно, функция $E'_0(\lambda)$ воздействует на записываемую функцию аналогично импульсной реакции линейного фильтра нижних частот. Поэтому его частотную характеристику определяет преобразование Фурье функции $E'_0(\lambda)$:

$$K(f) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_0(\lambda) \exp(-i2\pi f\lambda)\, d\lambda. \tag{IV.3}$$

Для того чтобы в записываемом и воспроизводимом изображениях не было искажений, фильтры Φ_1 и Φ_2 должны подавлять все частоты, бо́льшие $1/2\Delta$. В лучшем случае это должны быть идеальные фильтры с частотной характеристикой, описываемой выражением:

$$K(f) = \operatorname{rect}(f\Delta). \tag{IV.4}$$

Обратным преобразованием Фурье функции $K(f)$ находим, что оптическая спектральная характеристика светофильтров должна быть представлена равенством:

$$E'_0(\lambda) = \frac{1}{\Delta} \operatorname{sinc} \pi \frac{\lambda}{\Delta}. \tag{IV.5}$$

Следовательно, светофильтр аппарата, предназначенного для записи изображений с длиной волны излучения λ_1, будет иметь оптическую спектральную характеристику, описываемую выражением:

$$E'_0(\lambda) = \frac{1}{\Delta} \operatorname{sinc} \pi \frac{\lambda - \lambda_1}{\Delta}.$$

На рис. IV.7 сплошной, штриховой и штрихпунктирной линиями показаны оптические спектральные характеристики светофильтров, предназначенных для записи изображений с длинами волн λ_1; $\lambda_1 + \Delta$; $\lambda_1 + 2\Delta$.

Изображение на выходе идеального фильтра Φ_1 определим на основе формул (IV.2) и (IV.5):

$$E'_{\text{и}}(\lambda) = \frac{1}{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} E'_{\text{вх}}(\lambda_1) \operatorname{sinc} \pi \frac{\lambda - \lambda_1}{\Delta}\, d\lambda_1. \tag{IV.6}$$

В результате дискретизации в устройстве *Д* (см. рис. IV.5) получим изображение, выражаемое равенством:

$$E^*(\lambda) = E'_{\text{и}}(\lambda) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\lambda - n\Delta)\, \Delta, \tag{IV.7}$$

где $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\lambda - n\Delta)\, \Delta$ — дискретизирующая функция.

Для восстановления неискаженного выходного изображения предназначен фильтр Φ_2, роль которого выполняют светофильтры в каждом проекционном аппарате. Считаем, что в диапроекторах применены такие же светофильтры, как и в фотоаппаратах,

т. е. их оптическую спектральную характеристику описывает функция (IV.5). Осуществляя свертку функций $E^*(\lambda)$ и $E_0'(\lambda)$, получаем выражение, определяющее выходное изображение:

$$E'_{\text{вых}}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} E'_{\text{и}}(\lambda_1) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\lambda_1 - n\Delta) \ \operatorname{sinc} \pi \frac{\lambda - \lambda_1}{\Delta} \, d\lambda_1 =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E'_{\text{и}}(n\Delta) \operatorname{sinc} \pi \frac{\lambda - n\Delta}{\Delta}. \qquad \text{(IV.8)}$$

Поскольку в результате действия фильтра Φ_1 функция $E'_{\text{и}}(\lambda)$ не содержит частот, бо́льших $1/2\Delta$, то она может быть представлена рядом Котельникова (I.23). Из сопоставления выражений (I.23) и (IV.8) следует, что

$$E'_{\text{вых}}(\lambda) = E'_{\text{и}}(\lambda),$$

т. е. на выходе системы восстановлено неискаженное исходное изображение.

Таким образом, если фильтры Φ_1 и Φ_2 идеальны, а число фотоаппаратов достаточно велико, то система с дискретизацией изображения по аргументу λ способна воспроизвести физически точное цветное изображение.

Неискаженное изображение будет воспроизведено и при использовании реальных фильтров, которые, однако, должны полностью подавить в спектрах записываемого и воспроизводимого изображений частоты, бо́льшие $1/2\Delta$. Излишне сильное подавление высоких частот в частотном спектре изображения приводит к снижению насыщенности цветов и уменьшению цветового охвата, недостаточная фильтрация — к появлению искажений.

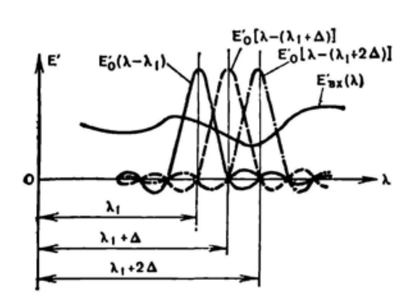
Насыщенность цвета (чистота цвета) определяет долю монохроматического излучения в общей смеси его с белым, а именно:

$$P = \frac{E'_{\lambda}}{E'_{\lambda} + E'_{\text{бел}}},$$

где E'_{λ} — яркость монохроматической составляющей; $E'_{\text{бел}}$ — яркость белой составляющей. Наиболее насыщенными являются спектральные, т. е. монохроматические цвета, для которых $P = 1$. Цветовой охват показывает совокупность (многообразие) цветов, которые могут быть в принципе получены при всевозможных вариациях переменных, составляющих цветовой синтез.

Рассмотрим, в чем проявляются искажения изображения, вызванные его дискретизацией по аргументу λ. Если на входе системы не обеспечивается достаточная фильтрация нижних частот в частотном спектре изображения, то возникают искажения первого рода. Снижение фильтрующего действия светофильтров происходит по мере сужения оптических спектральных харак-

теристик, т. е. импульсных реакций фильтров, поскольку при этом расширяется частотная характеристика фильтров. Пусть, например, фильтры на входе системы имеют чрезмерно узкие оптические спектральные характеристики (показаны на рис. IV.8, *а* прямоугольниками), явно не обеспечивающие подавления частот, бóльших $1/2\Delta$, а оптические спектры двух запи-



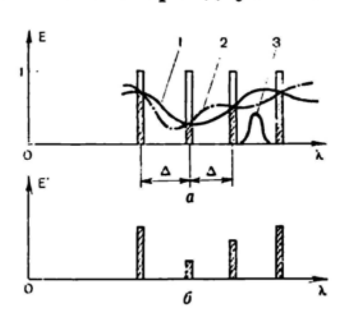


Рис. IV.7. Оптические спектральные характеристики идеальных светофильтров фотоаппаратов, предназначенных для записи изображений с длинами волн излучений λ_1, $\lambda_1 + \Delta$ и $\lambda_1 + 2\Delta$

Рис. IV.8. Оптические спектральные характеристики светофильтров фотоаппаратов, кривые оптических спектров излучения объекта (*а*) и оптический спектр воспроизводимого изображения (*б*)

сываемых изображений имеют вид, показанный кривыми *1* и *2*. Величина экспозиции кинопленки в фотоаппаратах будет пропорциональна площадям заштрихованных участков оптических спектральных характеристик, т. е. одинакова при записи обоих изображений. В результате, хотя исходные оптические спектры были различны, но воспроизведены оба изображения будут одинаково. Если же излучение объекта монохроматично и имеет оптический спектр, показанный на рис. IV.8, *а* кривой *3*, то его изображение будет вообще не записано, а потому и не воспроизведено.

Таким образом, недостаточно эффективная фильтрация нижних частот в частотном спектре изображения на входе системы приводит к искажению воспроизводимого оптического спектра, а следовательно, может вызвать и искажения субъективно воспринимаемого цвета изображения объекта.

Недостаточно эффективная фильтрация нижних частот на выходе системы является причиной возникновения искажений второго рода. Они проявляются в виде дискретности воспроизводимого спектра, как это условно показано на рис. IV.8, *б*.

Изложенные выше рассуждения вполне справедливы, когда количество фотоаппаратов и цветоделенных изображений велико. При эффективной фильтрации нижних частот в частотном спектре изображения в этом случае возможно воспроизведение физически точных цветных изображений.

Реализовать систему, предназначенную для получения большого количества цветоделенных изображений, технически трудно. Покажем, что при ограниченном количестве фотоаппаратов (а следовательно, и цветоделенных изображений) воспроизвести физически точное цветное изображение невозможно.

Будем считать, что в результате съемки получаем всего лишь N цветоделенных изображений, а записываемый участок Δ_Σ оп-

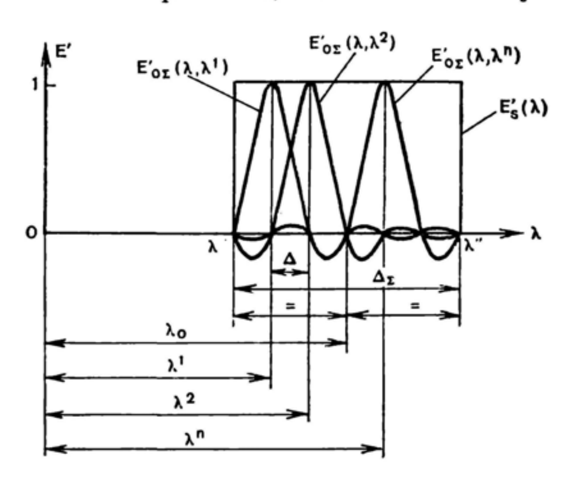


Рис. IV.9. Оптические спектральные характеристики светофильтров при записи ограниченного количества цветоделенных изображений

тического спектра расположен между длинами волн от λ' до λ'' (рис. IV.9), т. е.

$$\Delta_\Sigma = \lambda'' - \lambda', \tag{IV.9}$$

причем

$$\Delta_\Sigma = \Delta (N + 1), \tag{IV.10}$$

где Δ — интервалы между участками оптического спектра, записываемого в различных аппаратах. Будем считать, что ограничение всего записываемого участка оптического спектра осуществляет светочувствительный слой кинопленок, оптическая спектральная чувствительность $E_s'(\lambda)$ которого в интервале длин волн от λ' до λ'' равна единице, а вне этих пределов — нулю, т. е.

$$E_s'(\lambda) = \mathrm{rect}\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta_\Sigma}\right), \tag{IV.11}$$

где λ_0 — длина волны света для середины записываемого участка оптического спектра.

Кинопленка с аналогичной оптической спектральной чувствительностью сама выступает в роли фильтра нижних частот. При ограниченном количестве фотоаппаратов соотношение между интервалом длин волн Δ_Σ, записываемым на кинопленке, и шагом дискретизации Δ не велико, поэтому оптическая спектральная чувствительность кинопленок будет оказывать заметное влияние на фильтрацию нижних частот в частотном спектре записываемого изображения.

Положим, что все фотоаппараты имеют светофильтры с оптическими спектральными характеристиками, обладающими одинаковыми функциональными формами. Тогда светофильтр n-го фотоаппарата, предназначенного для записи изображения с длиной волны λ^n, имеет светофильтр с оптической спектральной характеристикой, выражаемой функцией $E_0'(\lambda - \lambda^n)$.

При совместном фильтрующем действии светочувствительного слоя кинопленок и светофильтра импульсная реакция фильтра на входе системы определится произведением функций, описывающих оптическую спектральную характеристику светофильтра и оптическую спектральную чувствительность кинопленок, т. е.

$$E_{0\Sigma}'(\lambda,\ \lambda^n) = E_s'(\lambda)\, E_0'(\lambda - \lambda^n).$$

Это выражение показывает значение результирующей оптической спектральной характеристики системы. С учетом равенства (IV.11) можем написать:

$$E_{0\Sigma}'(\lambda,\ \lambda^n) = E_0'(\lambda - \lambda^n)\, \mathrm{rect}\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta_\Sigma}\right). \qquad (IV.12)$$

Из выражения (IV.12) и рис. IV.9 следует, что результирующая оптическая спектральная характеристика зависит не только от длины волны λ, но и от длины волны λ^n, поэтому функциональные формы результирующих оптических спектральных характеристик для различных фотоаппаратов отличаются друг от друга.

Поскольку результирующая оптическая спектральная характеристика равна произведению функций $E_0'(\lambda - \lambda^n)$ и $\mathrm{rect}\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta_\Sigma}\right)$, то в соответствии с обратной теоремой свертки результирующая частотная характеристика n-го аппарата может быть определена как свертка преобразований Фурье этих функций:

$$K^n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_s(f_1)\, S_0^n(f - f_1)\, df_1, \qquad (IV.13)$$

где $S_s(f)$ — преобразование Фурье функции $\mathrm{rect}\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta_\Sigma}\right)$; $S_0^n(f)$ — преобразование Фурье функции $E_0'(\lambda - \lambda^n)$.

Поскольку

$$S_s(f) = \Delta_\Sigma \operatorname{sinc} \pi\Delta_\Sigma f \exp(-i\, 2\pi f\lambda_0),$$

то

$$K^n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta_\Sigma \operatorname{sinc} \pi\Delta_\Sigma f_1 \exp(-i\, 2\pi f_1\lambda_0)\, S_0^n(f - f_1)\, df_1. \quad \text{(IV.14)}$$

Из выражения (IV.14) можно сделать вывод о том, что так как функция $\operatorname{sinc} \pi\Delta_\Sigma f \exp(-i2\pi f\lambda_0)$ не ограничена вдоль оси $0f$, то ее свертка с любой функцией $S_0^n(f)$ также не будет ограничена в частотном пространстве. Следовательно, если даже светофильтр фотоаппарата полностью подавляет все частоты, бо́льшие $1/2\Delta$, в частотном спектре записываемого изображения, то при совместном фильтрующем действии светофильтра и кинопленки эти частоты полностью подавлены быть не могут. Причем подавить все частоты, бо́льшие $1/2\Delta$, тем труднее, чем меньшее количество цветоделенных изображений получается в результате съемки. Лучшие результаты будут достигнуты тогда, когда фильтрующее действие светофильтров близко к фильтрующему действию идеальных фильтров.

Таким образом, при записи ограниченного количества цветоделенных изображений неизбежны искажения, вызванные их дискретизацией. Следовательно, воспроизвести в таких системах физически точное цветное изображение невозможно.

Пример 1. Найти оптический спектр изображения на выходе системы, если на вход подано изображение, определяемое функцией $E'_{вх}(\lambda)$ (рис. IV.10, *а*), а запись производится лишь в трех фотоаппаратах ($N = 3$) в пределах длин волн от $\lambda' = 400$ до $\lambda'' = 700$ нм, принадлежащих видимому участку оптического спектра.

При ограниченном количестве фотоаппаратов разделять процесс фильтрации и дискретизации согласно схеме, показанной на рис. IV.5, лишено смысла. Необходимо рассматривать преобразования изображения в каждом аппарате в отдельности.

В соответствии с выражением (IV.9) имеем:

$$\Delta_\Sigma = 700 - 400 = 300 \text{ нм}.$$

Из равенства (IV.10) находим, что шаг дискретизации равен:

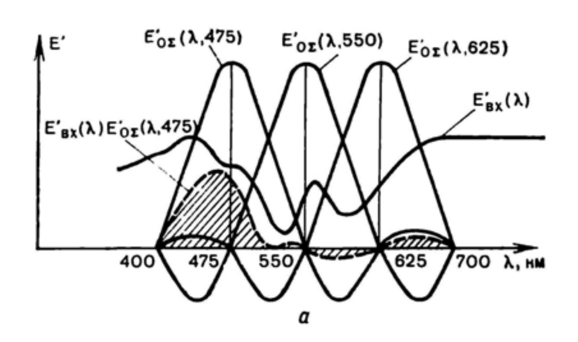
$$\Delta = \frac{\Delta_\Sigma}{N+1} = \frac{300}{3+1} = 75 \text{ нм}.$$

Причем $\lambda^1 = 475$, $\lambda^2 = 550$, $\lambda^3 = 625$ и $\lambda_0 = 550$ нм.

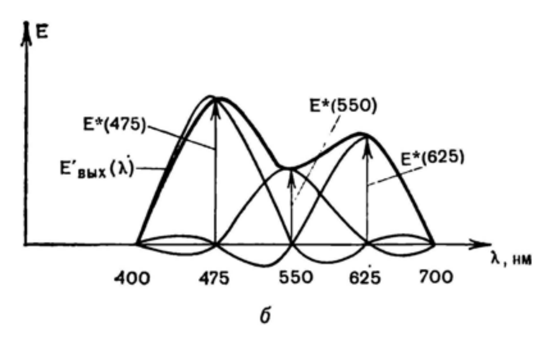
Согласно формуле (IV.11) оптическую спектральную чувствительность кинопленок определяет выражение:

$$E'_s(\lambda) = \operatorname{rect}\left(\frac{\lambda - 550}{300}\right).$$

Рассмотрим оптимальный случай, когда светофильтры фото-



а



б

Рис. IV.10. К определению оптического спектра изображения на выходе системы при записи цветного изображения тремя фотоаппаратами

аппаратов и диапроекторов идеальны, т. е. их оптические спектральные характеристики определяются функциями (постоянный множитель $1/\Delta$ опущен):

$$E_0'(\lambda - \lambda^n) = \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - \lambda^n}{\Delta} = \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - \lambda^n}{75}.$$

В соответствии с формулой (IV.12) находим, что результирующие оптические спектральные характеристики трех фотоаппаратов определяются выражениями (см. рис. IV.10, *а*):

$$\left.\begin{aligned} E_{0\Sigma}'(\lambda,\ 475) &= \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - 475}{75}\ \operatorname{rect}\left(\frac{\lambda - 550}{300}\right); \\ E_{0\Sigma}'(\lambda,\ 550) &= \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - 550}{75}\ \operatorname{rect}\left(\frac{\lambda - 550}{300}\right); \\ E_{0\Sigma}'(\lambda,\ 625) &= \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - 625}{75}\ \operatorname{rect}\left(\frac{\lambda - 550}{300}\right). \end{aligned}\right\} \quad (IV.15)$$

Полный фотоактиничный поток, а следовательно, и экспозиция кинопленок в фотоаппаратах будут пропорциональны:

$$E^*(475) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda)\, E'_{0\Sigma}(\lambda, 475)\, d\lambda;$$

$$E^*(550) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda)\, E'_{0\Sigma}(\lambda, 550)\, d\lambda;$$

$$E^*(625) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda)\, E'_{0\Sigma}(\lambda, 625)\, d\lambda.$$

Каждое из этих выражений равно площади, ограниченной кривой произведения функций $E'_{вх}(\lambda)$ и $E'_{0\Sigma}(\lambda, \lambda^n)$. Площадь заштрихованного на рис. IV.10, *а* участка определяет значение E^* (475).

Коэффициенты пропускания в трех цветоделенных позитивах, полученных в результате съемки, будут пропорциональны экспозиции, имевшей место при съемке, т. е. значениям E^* (475), E^* (550) и E^* (625) (показаны стрелками на рис. IV.10, *б*).

Будем считать, что оптические спектральные характеристики светофильтров диапроекторов выражаются функциями (IV.15). Тогда оптический спектральный состав светового потока каждого диапроектора будет пропорционален произведению значений $E^*(\lambda^n)$ на функции $E'_{0\Sigma}(\lambda, \lambda^n)$, а полный оптический спектральный состав всего светового потока, падающего на экран от трех диапроекторов, — сумме:

$$E'_{вых}(\lambda) = \operatorname{rect}\left(\frac{\lambda - 550}{300}\right)\left[E^*(475)\ \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - 475}{75} + \right.$$

$$\left. + E^*(550)\operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - 550}{75} + E^*(625)\operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - 625}{75}\right].$$

Вычисление этой суммы показывает, что график функции $E'_{вых}(\lambda)$ имеет вид кривой, изображенной на рис. IV.10, *б*. Из сопоставления графиков входной и выходной функций следует, что оптический спектр выходного изображения лишь очень грубо напоминает оптический спектр входного изображения.

Пример 2. Определить результирующую амплитудно-частотную характеристику системы светофильтр — светочувствительный слой, если результирующая оптическая спектральная характеристика этой системы выражается формулой:

$$E'_{0\Sigma}(\lambda, 550) = \operatorname{sinc}\pi\,\frac{\lambda - 550}{75}\ \operatorname{rect}\left(\frac{\lambda - 550}{300}\right),$$

а $\Delta = 75$ нм.

Частотная характеристика равна преобразованию Фурье функции $E'_{0\Sigma}$ $(\lambda, 550)$:

$$K(f) = S_\Sigma(f)\exp(-i\,2\pi f\, 550),$$

где $S_\Sigma(f)$ — преобразование Фурье функции $\operatorname{sinc}\pi\frac{\lambda}{75}\operatorname{rect}\left(\frac{\lambda}{300}\right)$.

Амплитудно-частотная характеристика равна модулю $K(f)$, т. е.

$$|K(f)| = S_\Sigma(f).$$

Модули преобразования Фурье функций $\operatorname{sinc}\pi\frac{\lambda-550}{75}$ и $\operatorname{rect}\left(\frac{\lambda-550}{300}\right)$ соответственно равны $75\operatorname{rect}(f\,75)$ и $300\operatorname{sinc}\pi f\,300$, следовательно, на основании обратной теоремы свертки имеем:

$$|K(f)| = \frac{75\cdot 300}{A}\int_{-\infty}^{\infty}\operatorname{sinc}\pi f_1 300\operatorname{rect}[75(f-f_1)]\,df_1,$$

где A — нормировочный коэффициент.

Вычисление значений функции $K(f)$ показывает, что ее график имеет вид, приведенный на рис. IV.11. Несмотря на то, что фильтрующее действие светофильтра близко к фильтрующему

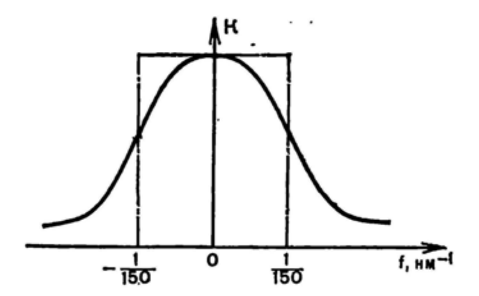


Рис. IV.11. Результирующая частотная характеристика светофильтра фотоаппарата

действию идеального фильтра, результирующая частотная характеристика системы не обеспечивает полного подавления частот, бóльших $1/2\Delta = 1/150$ нм$^{-1}$.

Таким образом, в системах с дискретизацией аргумента λ воспроизвести физически точное цветное изображение возможно при оптимальной фильтрации нижних частот в частотном спектре записываемого и воспроизводимого изображения. Если количество цветоделенных изображений не велико, то воспроизвести физически точное цветное изображение невозможно даже в том случае, когда на входе и выходе применены светофильтры, имеющие частотные характеристики, близкие к характеристикам идеальных фильтров.

Если система воспроизводит физически точное цветное изо-

бражение, то зритель воспринимает цвет изображения в точности таким же, как и цвет объекта съемки, т. е. искажение цветопередачи полностью отсутствует. Кроме того, физически точное воспроизведение цветного изображения позволяет по полученным фотографиям определять оптический спектральный состав излучения отдельных деталей объекта, что очень важно для некоторых специальных целей, например для выполнения спектрального анализа по фотографиям недоступных объектов (на других планетах, на дне морей и т. п.). Однако до настоящего времени для воспроизведения физически точных цветных изображений практическое распространение имела лишь цветная фотография на трехмерном носителе (цветная фотография Г. Липпмана).

В театральном кинематографе цветное изображение воспроизводится с целью его визуального наблюдения. В данном случае задача в значительной степени облегчается, поскольку для этого необходимо воспроизводить не объективно существующий оптический спектр объекта, а субъективно воспринимаемый его цвет. Если систему построить с учетом особенностей восприятия цвета зрительным анализатором, то, не воспроизводя оптический спектр излучения объекта, можно передать его цвет с минимальными, мало заметными зрителю искажениями.

§ IV.3. ВОСПРИЯТИЕ ЦВЕТА ЗРИТЕЛЬНЫМ АНАЛИЗАТОРОМ

Ранее предполагалось, а в последние годы экспериментально подтверждено, что цветоощущающие приемники зрительного анализатора — колбочки неодинаковы по оптическим спектральным свойствам. Разница в распределении оптической спектральной чувствительности позволяет разделить их на т р и группы.

При возбуждении колбочек п е р в о й группы возникает ощущение сине-фиолетового цвета. Колбочки такого типа называются *синеощущающими центрами*. Колбочки в т о р о й группы дают ощущение зеленого цвета. Это *зеленоощущающие центры*. Колбочки т р е т ь е й группы дают ощущение красного цвета. Это *красноощущающие центры*.

Существуют монохроматические излучения заданной длины волны, возбуждающие преимущественно только одну из групп колбочек. В то же время, как показывает опыт, оптическая спектральная чувствительность каждой из групп колбочек охватывает довольно широкий интервал длин световых волн.

Определить непосредственно оптическую спектральную чувствительность колбочек довольно трудно. Обычно эта задача решается косвенным путем — предварительным нахождением *кривых смешения* (или *сложения*) *зрительного анализатора*.

Принципиальная схема установки для экспериментального

определения кривых смешения показана на рис. IV.12, *а*. Непрозрачная призма *1* имеет идеально белые матовые грани, одна из которых освещается монохроматическими источниками света К, З и С. Источники подобраны таким образом, что каждый из них излучает свет, действующий в основном на красно-, зелено- или синечувствительные колбочки. Они создают *линейно независимые цвета*, т. е. три цвета, любой из которых не может быть получен смешением двух остальных цветов. Между призмой и источниками К, З и С установлены оптические клинья *2*, позволяющие регулировать интенсивность излучения, падающего от источников на грань призмы *1*. На другую грань призмы падает монохроматическое излучение, вырезанное из сплошного оптического спектра Сп щелевой диафрагмой *3*. Зритель рассматривает одновременно обе грани призмы через отверстие диафрагмы *4*. Изменяя с помощью клиньев *2* световые потоки источников сравнения К, З и С, добиваются уравнения яркости и цветности обеих граней призмы.

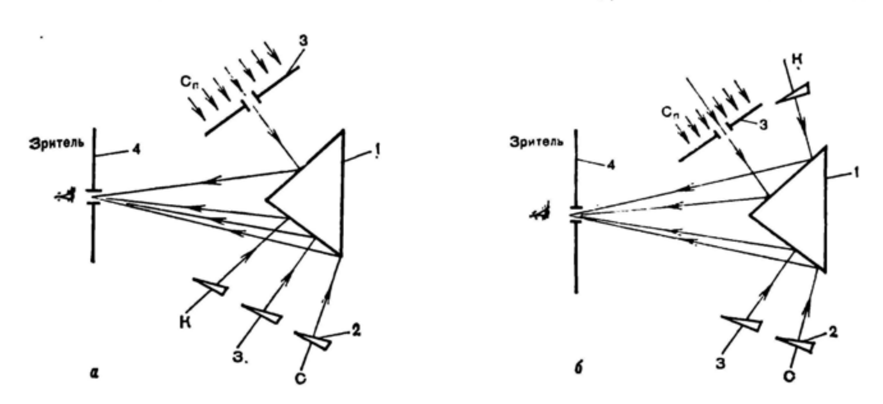


Рис. IV.12. Принципиальная схема установки для определения кривых смешения зрительного анализатора

Общие законы смешения цветов устанавливают трехмерность и векторные свойства цвета. Принятое в колориметрии векторное изображение цвета дает наглядное представление о каждой смеси, которой соответствует диагональ параллелепипеда, построенного на векторах трех смешиваемых цветов. Согласно законам смешения цветов, цвет $B(\lambda)$ любого монохроматического излучения можно связать с тремя линейно независимыми цветами (К, З и С) уравнением вида:

$$B(\lambda) = B_0^{\text{к}}(\lambda)\,\text{К} + B_0^{\text{з}}(\lambda)\,\text{З} + B_0^{\text{с}}(\lambda)\,\text{С}.$$

Здесь $B_0^{\text{к}}(\lambda)$, $B_0^{\text{з}}(\lambda)$ и $B_0^{\text{с}}(\lambda)$ указывают числа единиц каждого из цветов: К, З и С, причем они являются модулями цветов $B_0^{\text{к}}(\lambda)\text{К}$, $B_0^{\text{з}}(\lambda)\text{З}$ и $B_0^{\text{с}}(\lambda)\text{С}$.

Будем считать, что линейно независимыми цветами К, З и С являются цвета, которые создают монохроматические источники с длинами волн излучений 650, 530 и 460 нм. Однако не каждый цвет чистого монохроматического излучения по своей насыщенности может быть уравнен смешением излучений с длинами волн 650, 530 и 460 нм. Для уравнения некоторых цветов, оказывается, к монохроматическому источнику излучения Сп следует добавить одно из трех излучений источников сравнения: К, З или С — для «разбавления» слишком насыщенного спектрального цвета. Такая смесь может быть уравнена смесью двух других источников сравнения. Если, например, разбавляющее излучение должно иметь длину волны 650 нм (цвет К), то источник К должен быть установлен так, чтобы он освещал ту же грань призмы *1*, которую освещает источник Сп (рис. IV.12, *б*). В данном случае уравнение цветов будет иметь вид:

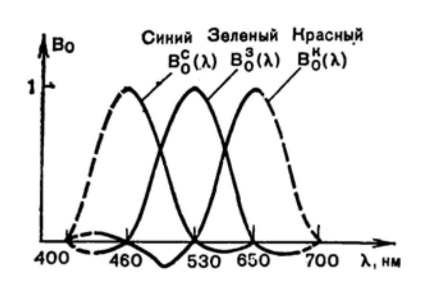


Рис. IV.13. Кривые смешения зрительного анализатора

$$B(\lambda) + B_0^к(\lambda)\,К = B_0^з(\lambda)\,З + B_0^с(\lambda)\,С,$$

где модуль $B_0^к(\lambda)$ показывает количество разбавляющего цвета К. Перенеся значение $B_0^к(\lambda)$К в правую часть равенства, получим:

$$B(\lambda) = -B_0^к(\lambda)\,К + B_0^з(\lambda)\,З + B_0^с(\lambda)\,С.$$

Таким образом, $B_0^к(\lambda)$ в данном случае получает отрицательное значение. Если разбавляющее излучение имеет длину волны 530 или 460 нм, то отрицательное значение получат $B_0^з(\lambda)$ или $B_0^с(\lambda)$.

Проведя измерения соотношения интенсивностей трех потоков для всех длин волн видимого участка оптического спектра, строят кривые смешения (рис. IV.13). Поскольку $B_0^к(\lambda)$, $B_0^з(\lambda)$ или $B_0^с(\lambda)$ для некоторых длин волн отрицательны, то кривые имеют отрицательные ветви. По кривым смешения можно найти соотношения интенсивностей излучения источников сравнения К, З и С, которые обеспечат восприятие цвета такого же, какой создает монохроматический источник, излучающий свет заданной длины волны.

Приведенные на рис. IV.13 кривые смешения (сплошные линии) получены Райтом [37]. Они являются одним из возможных линейных преобразований спектральных характеристик приемников глаза среднего стандартного наблюдателя [98, 99], обусловленных работой колбочек сетчатки глаза согласно теории Юнга-

Гельмгольца. Для облегчения анализа преобразований цветного изображения в сквозном кинематографическом процессе и их большей наглядности примем кривые Райта за оптимальные кривые смешения и условно назовем их *кривыми оптической спектральной чувствительности* цветоощущающих центров зрительного анализатора.

Таким образом, зрительный анализатор дискретизирует воспринимаемый оптический спектр излучения, причем дискретизация осуществляется лишь по трем точкам на оси 0λ. Из сопоставления рис. IV.7, IV.10, *а* и IV.13 можно заключить, что оптическая спектральная чувствительность цветоощущающих центров зрительного анализатора близка к импульсным реакциям идеального фильтра. Последний, как было уже показано, обеспечивает воспроизведение оптического спектра, подвергнутого дискретизации, с минимальными искажениями, а вся система воспроизводит оптический спектр излучения наиболее точно. Видимо, в процессе эволюции зрительный анализатор человека совершенствовался так, чтобы при минимальном количестве цветоощущающих центров обеспечить получение максимального количества информации об оптическом спектре излучения отдельных деталей объектов окружающего мира. Этим объясняется довольно широкий цветовой охват, которым характеризуется зрительный анализатор.

Оптическая спектральная чувствительность цветоощущающих центров зрительного анализатора оценивает его фильтрующее действие на входе зрительной системы, следовательно, она определяет возможность появления искажений первого рода. Хотя оптическая спектральная чувствительность цветоощущающих центров и близка к импульсным реакциям идеального фильтра, но, как было установлено в § IV.2, устранить возможность появления искажений первого рода она все же не может, поскольку дискретизация оптического спектра осуществляется лишь по трем точкам.

Действительно, как показывает опыт, некоторые источники, имеющие различный спектр излучения, субъективно воспринимаются зрительным анализатором одного и того же цвета. Данное явление называется *метамерностью цветов.* Цвета излучений, неразличимых зрительно, но имеющих различный оптический спектральный состав, называются *метамерными.* Метамерность цветов — проявление искажений первого рода, вызванных дискретизацией изображения по переменной λ в зрительном анализаторе человека.

Однако вследствие удовлетворительной оптической спектральной чувствительности цветоощущающих центров указанные искажения минимальны и сказываются лишь на ограничении воспринимаемого зрительным анализатором цветового охвата. При восприятии же цветов объектов человек в повседневной жизни эти искажения не замечает. Действительно, если оптический

спектр света, отраженного листвой и краской на картине художника, и различен, но цвет воспринимается одинаковым, то большой беды нет. Субъективно человек воспринимает цвет, а не объективный оптический спектр излучения.

Ощущение цвета возникает в мозгу, с которым колбочки связаны нервными волокнами. Эти волокна передают т р и вида сигналов, пропорциональных интенсивности воздействия светового излучения на красно-, зелено- и синечувствительные группы колбочек. Каждый субъективно воспринимаемый цвет определяется соотношением величин сигналов, идущих от трех групп колбочек. Таким образом, мозг выполняет функцию своеобразного фильтра на выходе системы, но воссоздает он не оптический спектр, который дискретен, а непрерывную гамму цветов.

То, что зрительный анализатор содержит всего лишь три цветоощущающих центра и преобразует оптический спектр излучения в субъективно воспринимаемый цвет, намного облегчает создание цветного кинематографа.

Если система воспроизводит физически точно оптический спектр излучения объекта, то и цвет в его изображении будет воспринят правильно, без каких-либо искажений. Однако, зная особенности восприятия цвета зрительным анализатором, принципиально возможно создать систему, которая, не воспроизводя оптического спектра излучения, субъективно правильно передаст его цвет. Такое воспроизведение цветного изображения называют *физиологически точным.*

§ IV.4. УСЛОВИЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ФИЗИОЛОГИЧЕСКИ ТОЧНОГО ЦВЕТНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Остановимся вначале на модели восприятия цвета объекта зрительным анализатором (рис. IV.14). Положим, что участок объекта, который рассматривает наблюдатель, излучает свет с оптическим спектральным распределением интенсивности, описываемым функцией $E'(\lambda)$. Оптическую спектральную чувствительность красно-, зелено- и синечувствительных групп колбочек опишем функциями $B_0^{к}(\lambda)$, $B_0^{з}(\lambda)$ и $B_0^{с}(\lambda)$.

Интенсивность воздействия излучения на каждую группу колбочек определяют равенства:

$$\left.\begin{aligned} B^{к} &= \int_{-\infty}^{\infty} E'(\lambda) B_0^{к}(\lambda)\, d\lambda; \\ B^{з} &= \int_{-\infty}^{\infty} E'(\lambda) B_0^{з}(\lambda)\, d\lambda; \\ B^{с} &= \int_{-\infty}^{\infty} E'(\lambda) B_0^{с}(\lambda)\, d\lambda. \end{aligned}\right\} \quad (IV.16)$$

Пределы интегрирования в данных формулах приняты равными бесконечности вследствие того, что функции $B_0^к(\lambda)$, $B_0^з(\lambda)$ и $B_0^с(\lambda)$ ограничены видимым участком спектра, что и ограничивает область интегрирования.

Значения $B^к$, $B^з$ и $B^с$ несут полную информацию о субъектив-

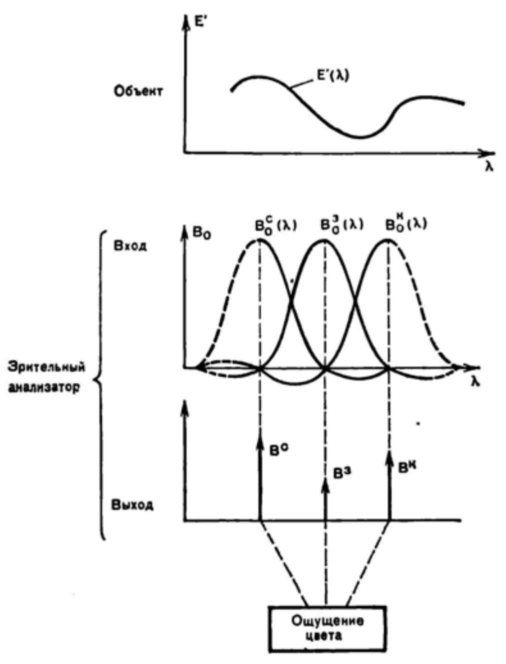


Рис. IV.14. Модель восприятия цвета объекта зрительным анализатором

но воспринимаемом зрителем цвете, поскольку он определяется соотношением этих величин.

Рассмотрим теперь модель воспроизведения и восприятия физиологически точного цветного изображения объекта (рис. IV.15) идеализированной системой записи, преобразования и воспроизведения изображения. Поскольку зрительный анализатор содержит три цветоощущающих центра, то в рассматриваемой системе должно быть получено три цветоделенных изображения — для красно-, зелено- и синечувствительных центров. Подобная система записи цветного изображения называется *трехцветной*.

Положим, что оптический спектр излучения объекта определяет та же, что и прежде, функция $E'(\lambda)$. Считаем, что такая же функция описывает и входное изображение $E'_{вх}(\lambda)$. Опустив здесь и в дальнейшем изложении материала постоянные коэффициенты, можем написать:

$$E'_{вх}(\lambda) = E'(\lambda). \qquad (IV.17)$$

Оптические спектральные характеристики светофильтров трех фотоаппаратов пусть будут подобны кривым оптических спектральных чувствительностей цветоощущающих центров зрительного анализатора и описываются функциями $E_0^к(\lambda)$, $E_0^з(\lambda)$ и $E_0^с(\lambda)$. Следовательно:

$$E_0^к(\lambda) = B_0^к(\lambda);\ E_0^з(\lambda) = B_0^з(\lambda);\ E_0^с(\lambda) = B_0^с(\lambda). \qquad (IV.18)$$

Как и прежде, считаем оптическую спектральную чувствительность светочувствительного материала равной единице. Экспо-

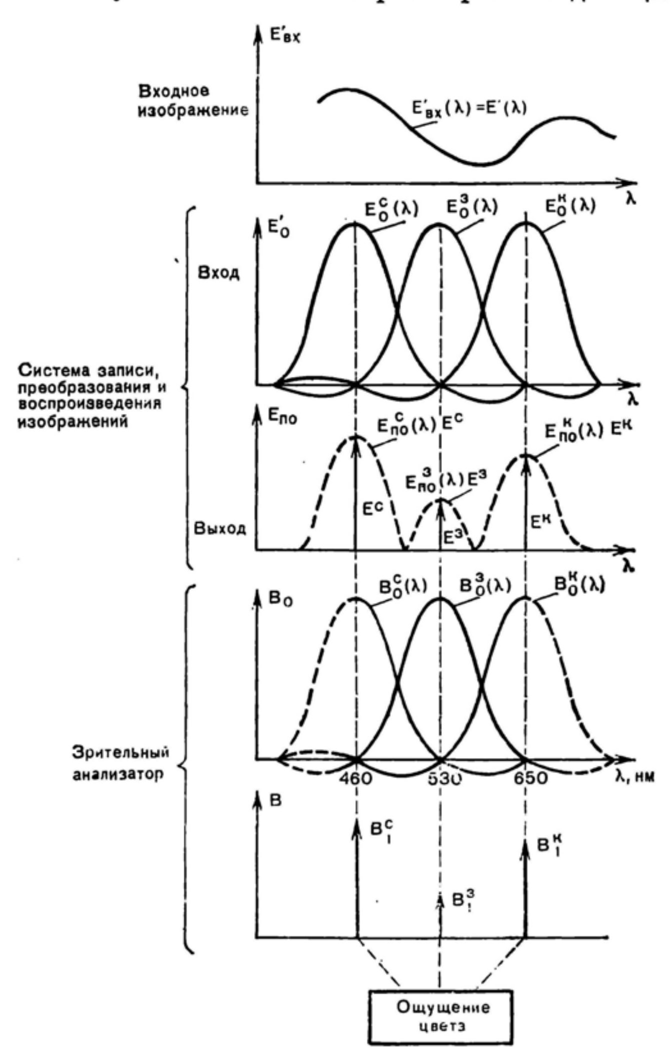


Рис. IV.15. Модель воспроизведения и восприятия зрительным анализатором физиологически точного цветного изображения объекта

зиция в трех фотоаппаратах будет пропорциональна полным фотоактиничным потокам:

$$\left.\begin{aligned} E^{к} &= \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda)\, E_0^{к}(\lambda)\, d\lambda; \\ E^{з} &= \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda)\, E_0^{з}(\lambda)\, d\lambda; \\ E^{с} &= \int\limits_{-\infty}^{\infty} E'_{вх}(\lambda)\, E_0^{с}(\lambda)\, d\lambda. \end{aligned}\right\} \qquad (IV.19)$$

Поскольку нами принято, что фотографический процесс достаточно линеен, то можно считать, что выражения (IV.19) определяют не только экспозицию, но и коэффициент пропускания соответствующих участков позитивов, полученных в результате съемки.

Рассмотрим, при каких условиях зритель воспримет цвет изображения на экране таким же, как и цвет объекта. Пусть светофильтры в диапроекторах имеют оптические спектральные характеристики, описываемые функциями $E_{по}^{к}(\lambda)$, $E_{по}^{з}(\lambda)$ и $E_{по}^{с}(\lambda)$. Тогда оптический спектр светового потока каждого диапроектора будет пропорционален выражениям:

$$E_{п}^{к}(\lambda) = E^{к} E_{по}^{к}(\lambda); \; E_{п}^{з}(\lambda) = E^{з} E_{по}^{з}(\lambda); \; E_{п}^{с}(\lambda) = E^{с} E_{по}^{с}(\lambda). \qquad (IV.20)$$

На экран осуществляют проекцию одновременно все три диапроектора, поэтому при просмотре зрителем изображения интенсивность $B_1^{к}$, $B_1^{з}$ и $B_1^{с}$ излучения, воспринимаемая его цветоощущающими центрами, будет пропорциональна:

$$\left.\begin{aligned} B_1^{к} = E^{к} &\int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{к}(\lambda)\, B_0^{к}(\lambda)\, d\lambda + \\ + E^{з} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{з}(\lambda)\, B_0^{к}(\lambda)\, d\lambda &+ E^{с} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{с}(\lambda)\, B_0^{к}(\lambda)\, d\lambda; \\ B_1^{з} = E^{к} &\int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{к}(\lambda)\, B_0^{з}(\lambda)\, d\lambda + \\ + E^{з} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{з}(\lambda)\, B_0^{з}(\lambda)\, d\lambda &+ E^{с} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{с}(\lambda)\, B_0^{з}(\lambda)\, d\lambda; \\ B_1^{с} = E^{к} &\int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{к}(\lambda)\, B_0^{с}(\lambda)\, d\lambda + \\ + E^{з} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{з}(\lambda)\, B_0^{с}(\lambda)\, d\lambda &+ E^{с} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{по}^{с}(\lambda)\, B_0^{с}(\lambda)\, d\lambda. \end{aligned}\right\} \qquad (IV.21)$$

Из приведенных выражений следует, что каждый из цветоощущающих центров воспримет не только изображение, предназначенное для него, но и частично изображения, предназначенные для других центров, которые он не должен был «видеть». Последнее неизбежно приведет к искажению цветопередачи и снижению насыщенности воспроизводимых цветов.

Для устранения этих искажений следует проекцию осуществить так, чтобы каждый цветоощущающий центр воспринял изображение, предназначенное только для него. Это осуществимо в том случае, когда светофильтры диапроекторов будут строго монохроматичны и будут пропускать свет с длинами волн 650, 530 и 460 нм. На аналогичных излучениях построены кривые смешения Райта. В предельном случае оптические спектральные характеристики светофильтров диапроекторов должны определяться дельта-функциями:

$$\left.\begin{aligned} E_{\text{по}}^{\text{к}}(\lambda) &= \delta(\lambda - 650); \\ E_{\text{по}}^{\text{з}}(\lambda) &= \delta(\lambda - 530); \\ E_{\text{по}}^{\text{с}}(\lambda) &= \delta(\lambda - 460). \end{aligned}\right\} \quad \text{(IV.22)}$$

Подставив выражения (IV.22) в формулы (IV.21) и выполнив интегрирование, имеем:

$$B_1^{\text{к}} = E^{\text{к}} B_0^{\text{к}}(650) + E^{\text{з}} B_0^{\text{к}}(530) + E^{\text{с}} B_0^{\text{к}}(460);$$

$$B_1^{\text{з}} = E^{\text{к}} B_0^{\text{з}}(650) + E^{\text{з}} B_0^{\text{з}}(530) + E^{\text{с}} B_0^{\text{з}}(460);$$

$$B_1^{\text{с}} = E^{\text{к}} B_0^{\text{с}}(650) + E^{\text{з}} B_0^{\text{с}}(530) + E^{\text{с}} B_0^{\text{с}}(460).$$

Из рис. IV.13 следует, что

$$B_0^{\text{к}}(650) = 1;\ B_0^{\text{к}}(530) = 0;\ B_0^{\text{к}}(460) = 0;$$

$$B_0^{\text{з}}(650) = 0;\ B_0^{\text{з}}(530) = 1;\ B_0^{\text{з}}(460) = 0;$$

$$B_0^{\text{с}}(650) = 0;\ B_0^{\text{с}}(530) = 0;\ B_0^{\text{с}}(460) = 1,$$

поэтому

$$B_1^{\text{к}} = E^{\text{к}};\ B_1^{\text{з}} = E^{\text{з}};\ B_1^{\text{с}} = E^{\text{с}}.$$

Из сопоставления выражений (IV.16), (IV.17), (IV.18) и (IV.19) следует, что

$$E^{\text{к}} = B^{\text{к}};\ E^{\text{з}} = B^{\text{з}};\ E^{\text{с}} = B^{\text{с}},$$

поэтому

$$B_1^{\text{к}} = B^{\text{к}};\ B_1^{\text{з}} = B^{\text{з}};\ B_1^{\text{с}} = B^{\text{с}}.$$

Это показывает, что неискаженная цветопередача будет тогда когда на выходе системы применены строго монохроматические светофильтры, оптические спектральные характеристики которых выражаются функциями (IV.22).

Таким образом, трехцветная система может воспроизвести физиологически точное цветное изображение только тогда, когда на входе системы применены светофильтры, имеющие оптические спектральные характеристики, подобные выбранным кривым смешения, построенным на излучениях аналогичных излучениям источников, образующих синтез цветного изображения. Это решение проблемы воспроизведения физиологически точного цветного изображения трехцветной системой было впервые дано еще Максвеллом. Невыполнение сформулированных условий приводит к искажению в цветопередаче или уменьшению насыщенности цветов и цветового охвата.

На основе рассмотрения идеализированной системы записи и воспроизведения цветного изображения можно сделать вывод о том, что система записи цветного изображения должна выполнять фильтрацию нижних частот в частотном спектре изображения как бы вместо зрительного анализатора, заменяя его. Вследствие этого при воспроизведении изображения дополнительной фильтрации нижних частот на входе зрительного анализатора не требуется. С другой стороны, обеспечить фильтрацию нижних частот на выходе системы, аналогичную фильтрующему действию зрительного анализатора, невозможно, поскольку преобразование оптического спектра излучения в цвет — процесс чисто физиологический. Поэтому на выходе воспроизводящей системы должна полностью отсутствовать фильтрация нижних частот в частотном спектре воспроизводимого изображения. Данную операцию отлично выполняет зрительный анализатор человека.

Следует отметить, что при воспроизведении физически точного цветного изображения фильтрация нижних частот должна осуществляться как на входе, так и на выходе системы, обеспечивая полное подавление частот, бóльших $1/2\Delta$. Причем при восприятии физически точного цветного изображения зрительный анализатор должен осуществлять фильтрацию нижних частот в частотном спектре воспроизводимого изображения так же, как и при наблюдении реального объекта. Его фильтрующее действие должно быть согласовано с фильтрующим действием фильтра на выходе системы.

Изложенные выше условия записи и воспроизведения физиологически точного цветного изображения на практике полностью выполнить не всегда удается, поэтому воспроизводимые изображения имеют искажения. Оказывается, что некоторые небольшие искажения зритель не замечает. Величину же допустимых искажений можно найти на основе эксперимента с использованием методов психофизики. Если цветное изображение не является физиологически точным, но зритель не замечает искажений, то говорят о *психологически точном* воспроизведении цветного изображения.

Возможно, что строгое выполнение условий воспроизведения физиологически точного цветного изображения приведет к быстрой утомляемости зрителя, поскольку длительное воздействие на колбочки строго монохроматических излучений в реальной жизни не имеет места. Решение этого вопроса дадут экспериментальные исследования.

§ IV.5. О ВОЗМОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ СИСТЕМ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ФИЗИОЛОГИЧЕСКИ ТОЧНЫХ ЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Основной трудностью реализации систем, обеспечивающих воспроизведение физиологически точного цветного изображения, является то, что оптические спектральные характеристики светофильтров на входе системы должны быть подобны кривым

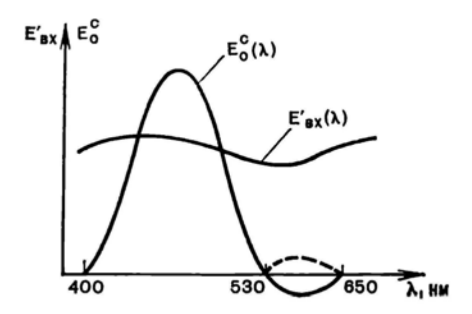


Рис. IV.16. Оптический спектр входного изображения и оптическая спектральная характеристика светофильтра одного из фотоаппаратов

оптической спектральной чувствительности цветоощущающих центров зрительного анализатора, которые имеют отрицательные ветви. Как было показано выше, такие фильтры физически не реализуемы. Покажем, что можно косвенным путем получить результат, близкий тому, который должна обеспечить система записи физиологически точного цветного изображения.

Пусть оптический спектр участка входного изображения описывается функцией $E'_{вх}(\lambda)$ (рис. IV.16), а для записи физиологически точного цветного изображения один из аппаратов (предназначенный для записи синего цветоделенного изображения) должен иметь светофильтр с оптической спектральной характеристикой, описываемой функцией $E_0^{c}(\lambda)$. В пределах длин волн от 400 до 530 нм эта функция положительна, а в области длин волн от 530 до 650 нм — отрицательна (см. рис. IV.16). Если бы светофильтр с такой оптической спектральной характеристикой был реализован,

то экспозиция при съемке, а следовательно, и коэффициент пропускания участка позитива были бы пропорциональны:

$$E^{c} = \int_{400}^{650} E'_{вх}(\lambda) E_0^{c}(\lambda)\, d\lambda. \qquad (IV.23)$$

(Как и прежде, считаем, что оптическая спектральная чувствительность светочувствительного материала равна единице.)

Представим интеграл выражения (IV.23) в виде суммы:

$$E^{c} = \int_{400}^{530} E'_{вх}(\lambda) E_0^{c}(\lambda)\, d\lambda + \int_{530}^{650} E'_{вх}(\lambda) E_0^{c}(\lambda)\, d\lambda. \qquad (IV.24)$$

Первый интеграл в правой части равенства всегда положителен, поскольку значения функций $E'_{вх}(\lambda)$ и $E_0^{c}(\lambda)$ в пределах интегрирования положительны; второй же интеграл отрицателен, поскольку значения функции $E_0^{c}(\lambda)$ в пределах интегрирования отрицательны.

Построим для участка оптической спектральной характеристики в области длин волн от 530 до 650 нм вспомогательную симметричную относительно оси 0λ ветвь, показанную на рис. IV.16 штриховой линией и выражаемую функцией $E_в^{c}(\lambda)$, причем

$$E_в^{c}(\lambda) = -E_0^{c}(\lambda). \qquad (IV.25)$$

Поскольку значения $E_в^{c}(\lambda)$ положительны, то светофильтр с такой оптической спектральной характеристикой оказался физически реализуемым. В соответствии с формулами (IV.24) и (IV.25) имеем:

$$E^{c} = \int_{400}^{530} E'_{вх}(\lambda) E_0^{c}(\lambda)\, d\lambda - \int_{530}^{650} E'_{вх}(\lambda) E_в^{c}(\lambda)\, d\lambda. \qquad (IV.26)$$

Таким образом, вместо одного мы получили два светофильтра: первый пропускает свет в пределах длин волн от 400 до 530 нм, а второй — в пределах от 530 до 650 нм, причем оба светофильтра физически реализуемы. Однако для реализации всей системы нам необходимо записать одно цветоделенное изображение в двух аппаратах. Первый должен иметь светофильтр с оптической спектральной характеристикой, описываемой функцией $E_0^{c}(\lambda)$, — он дает основное изображение в пределах длин волн от 400 до 530 нм; второй — с оптической спектральной характеристикой $E_в^{c}(\lambda)$ — он дает вспомогательное изображение в пределах длин волн от 530 до 650 нм.

Формула (IV.26) показывает, что для имитации действия светофильтра с отрицательной ветвью оптической спектральной характеристики коэффициент пропускания участка цветоделенного позитива должен быть уменьшен на величину, определяемую вторым слагаемым в правой части равенства. Этого можно добиться двумя способами. Один из них основан на том, что с вспомогательного негатива печатают слабый позитив. Затем, сложив основной нега-

тив с вспомогательным позитивом, печатают через них цветоделенный позитив. По мере увеличения интенсивности излучения объекта в зоне длин волн, лежащих в пределах действия вспомогательного светофильтра, коэффициент пропускания вспомогательного позитива будет увеличиваться. Это приведет к увеличению суммарного коэффициента пропускания сложенных вместе основного негатива и вспомогательного позитива, а следовательно, к уменьшению коэффициента пропускания соответствующих участков полученного цветоделенного позитива.

Изложенный процесс называют *внешним параллельным маскированием*, а вспомогательный позитив — *маской*.

Второй способ основан на том, что с вспомогательного негатива печатают нормальный по плотности позитив (маску). После печати основного негатива на позитивную кинопленку на нее же (до фотографической обработки) производят печать через маску. Это также приводит к некоторому уменьшению коэффициента пропускания цветоделенного позитива.

Первый способ эквивалентен сложению плотностей основного негатива и вспомогательного позитива, он позволяет лишь приближенно выполнить равенство (IV.26). Второй способ эквивалентен сложению интенсивностей излучения, или, что равноценно этому, коэффициентов пропускания основного негатива и вспомогательного позитива. Он позволяет более точно выполнить равенство (IV.26).

Поскольку, как следует из рис. IV.13, принятые нами оптимальные кривые смешения зрительного анализатора имеют четыре отрицательные ветви, то для записи физиологически точного цветного изображения необходимо получить по крайней мере четыре маски. Следовательно, для съемок требуется уже не три, а семь фотоаппаратов, что в значительной степени затрудняет реализацию системы.

Вследствие этого был предложен процесс с *внешним перекрестным маскированием*. Он заключается в том, что соответствующим образом подбирают оптические спектральные характеристики светофильтров для записи основных трех изображений, с которых в дальнейшем изготовляют маски.

Так, для получения синего цветоделенного позитива производят обычную печать с основного негатива, записанного в результате съемки через синий светофильтр, а затем осуществляют дополнительную печать через маски, отпечатанные с основных негативов, экспонированных через зеленый и красный светофильтры.

Аналогично для получения зеленого цветоделенного позитива производят обычную печать с основного негатива, а затем осуществляют дополнительную печать через маски, изготовленные с основных негативов, экспонированных через синий и красный светофильтры, и т. д.

Светофильтры, используемые для съемок основных изображений, имеют оптические спектральные характеристики без отрицательных ветвей, поэтому они физически реализуемы.

Плотность масок или величина экспозиции при печати с них должна быть соответствующим образом подобрана. Эквивалентные оптические спектральные характеристики светофильтров, которые получаются в результате перекрестного маскирования, определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} E_{01}^{к}(\lambda) &= a_{11}E_{0}^{к}(\lambda) + a_{12}E_{0}^{з}(\lambda) + a_{13}E_{0}^{с}(\lambda); \\ E_{01}^{з}(\lambda) &= a_{21}E_{0}^{к}(\lambda) + a_{22}E_{0}^{з}(\lambda) + a_{23}E_{0}^{с}(\lambda); \\ E_{01}^{с}(\lambda) &= a_{31}E_{0}^{к}(\lambda) + a_{32}E_{0}^{з}(\lambda) + a_{33}E_{0}^{с}(\lambda). \end{aligned}\right\} \qquad (IV.27)$$

Эти равенства в сокращенном виде записываются в матричной форме следующим образом:

$$\begin{bmatrix} E_{01}^{к}(\lambda) \\ E_{01}^{з}(\lambda) \\ E_{01}^{с}(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0}^{к}(\lambda) \\ E_{0}^{з}(\lambda) \\ E_{0}^{с}(\lambda) \end{bmatrix}, \qquad (IV.28)$$

где $a_n = a_{11} \div a_{33}$ — постоянные коэффициенты, подбираемые таким образом, чтобы эквивалентные оптические спектральные характеристики $E_{01}^{к}(\lambda)$, $E_{01}^{з}(\lambda)$ и $E_{01}^{с}(\lambda)$ наиболее полно отвечали кривым оптической спектральной чувствительности цветоощущающих центров зрительного анализатора; $E_{0}^{к}(\lambda)$, $E_{0}^{з}(\lambda)$, $E_{0}^{с}(\lambda)$ — реальные (не имеющие отрицательных ветвей) оптические спектральные характеристики светофильтров трех фотоаппаратов.

Например, если оптические спектральные характеристики светофильтров трех фотоаппаратов имеют вид кривых, показанных сплошными линиями на рис. IV.17, то за счет внешнего перекрестного маскирования можно получить эквивалентные оптические спектральные характеристики, показанные штриховыми линиями. Для этого коэффициенты a_n должны быть приняты равными*

$$[a_n] = \begin{bmatrix} 1{,}303 & -0{,}283 & -0{,}020 \\ -0{,}101 & 1{,}166 & -0{,}065 \\ -0{,}006 & -0{,}160 & 1{,}166 \end{bmatrix}.$$

Коэффицпенты a_n и определяют требуемую плотность масок или величину экспозиции при печати через них.

Хотя процесс перекрестного маскирования и проще, чем процесс параллельного маскирования, однако его возможности более ограничены. Получить в результате перекрестного маскирования точное соответствие эквивалентных оптических спектральных характеристик кривым оптических спектральных чувствительностей всех

---

* Приведенные значения a_n и графики на рис. IV.17 заимствованы из работы [62].

трех цветоощущающих центров зрительного анализатора очень трудно — этот метод позволяет лишь приблизиться к ним. Используя же метод внешнего параллельного маскирования, можно получить (в принципе) любые эквивалентные оптические спектральные характеристики светофильтров.

Метод маскирования значительно улучшает цветопередачу, насыщенность цветов в воспроизводимом изображении, хотя полностью не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к системам воспроизведения физиологически точных цветных изображений. Это объясняется тем, что условие сложения интенсивностей согласно формуле (IV.26) можно выполнить только тогда, когда

$$\int_{400}^{530} E'_{\text{вх}}(\lambda)\, E_0^{\text{c}}(\lambda)\, d\lambda \geqslant \int_{530}^{650} E'_{\text{вх}}(\lambda)\, E_{\text{в}}^{\text{c}}(\lambda)\, d\lambda. \qquad \text{(IV.29)}$$

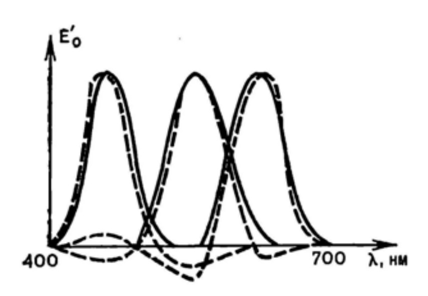


Рис. IV.17. Эквивалентные оптические спектральные характеристики (показаны штриховыми линиями), полученные в результате внешнего перекрестного маскирования

В противном случае значения E^{c} (или $E^{\text{к}}$, или $E^{\text{з}}$), а следовательно, и коэффициент пропускания позитива должны быть отрицательными, что невозможно. Невыполнение неравенства (IV.29) может иметь место в случае, если воспроизводимый цвет по насыщенности близок к спектральному, т. е. монохроматичен. Системы же как с параллельным, так и перекрестным маскированием могут достаточно точно передать только три монохроматических цвета. Если эквивалентные оптические спектральные характеристики светофильтров в точности повторяют кривые смешения зрительного анализатора (см. рис. IV.13), то такими цветами будут: красный ($\lambda = 650$ нм), зеленый ($\lambda = 530$ нм) и синий ($\lambda = 460$ нм). При воспроизведении любого другого насыщенного цвета один из цветоделенных позитивов обязательно должен иметь отрицательный коэффициент пропускания.

Таким образом, даже системы с маскированием не могут обеспечить воспроизведение физиологически точного цветного изображения. Значительное улучшение цветопередачи в системах с маскированием объясняется тем, что в природе редко встречаются цвета, близкие по насыщенности спектральным, и неравенство (IV.29) как для синего, так и для других цветоделенных позитивов обычно выполняется. Метод, аналогичный внешнему перекрестному маскированию, нашел применение и в цветном телевидении, где он называется *матрицированием* [86].

Матрицирование позволяет уменьшить ошибку цветовоспроизведения в телевизионных системах путем электронной коррекции

сигналов с помощью матричной схемы, описываемой уравнениями (IV.27) и (IV.28).

Основную долю каждого скорректированного телевизионного видеосигнала составляет соответствующий нескорректированный сигнал, к которому добавляются доли других сигналов, чаще отрицательные, в результате чего как бы имитируются «идеальные» кривые оптической спектральной чувствительности, имеющие отрицательные ветви. Опыт показывает, что включение матрицы цветокоррекции заметно улучшает цветопередачу как на цветах малой и средней насыщенности, так и на насыщенных цветах.

Трудность реализации систем записи и воспроизведения физиологически точных цветных изображений заключается не только в необходимости применения на входе светофильтров с оптическими спектральными характеристиками, подобными кривым смешения зрительного анализатора, но также в необходимости применения на выходе монохроматических светофильтров. Реальные светофильтры пропускают свет в довольно широком диапазоне длин волн. Как было показано, это приводит к тому, что цветочувствительные центры зрительного анализатора воспринимают не только те цветоделенные изображения, которые предназначены для них, но и предназначенные для других центров, т. е. в данном случае не обеспечивается достаточно точная сепарация цветоделенных изображений. Более легко выполнить сформулированные требования к системе воспроизведения физиологически точных цветных изображений, применив в диапроекторах вместо светофильтров монохроматические источники света.

На основе изложенного можно заключить, что получившая широкое применение трехцветная система записи и воспроизведения цветного изображения принципиально не может обеспечить воспроизведения не только физически, но и физиологически точных цветных изображений. Воспроизводимые такой системой изображения могут быть в лучшем случае психологически точными.

Воспроизведение цветных изображений без каких-либо искажений могут обеспечить только рассмотренные выше системы, воспроизводящие физически точные цветные изображения. Однако вследствие своей сложности они еще не получили практического применения в кинематографе.

§ IV.6. СУБТРАКТИВНАЯ СИСТЕМА ЗАПИСИ И ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ТРЕХЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Рассмотренная нами трехцветная система записи и воспроизведения цветных изображений основана на получении с помощью светофильтров трех черно-белых цветоделенных изображений. Воспроизведение изображения осуществлялось тремя диапроекторами, снабженными или светофильтрами, или

монохроматическими источниками света. Цветное изображение получалось в результате сложения трех одноцветных: красного, зеленого и синего. Такой метод записи и воспроизведения цветных изображений называется *аддитивным*, а система записи и воспроизведения — *аддитивной*.

Аддитивная система имела некоторое распространение в первые годы появления кинематографа. Однако вследствие необходимости применения специальных киносъемочных и кинопроекционных аппаратов, а также увеличенного расхода кинопленок аддитивный метод цветного кинематографа дальнейшего развития не получил. Подробно рассмотрена выше аддитивная система лишь потому, что она удобна и наглядна при анализе процессов, происходящих при записи и воспроизведении цветных изображений.

В настоящее время в цветном кинематографе получила исключительное применение *субтрактивная* система записи и воспроизведения цветных изображений. Она основана на использовании цветных многослойных кинопленок, которые содержат три светочувствительных слоя: красно-, зелено- и синечувствительных. В отличие от аддитивной системы в субтрактивной цветоделение на входе осуществляют не светофильтры, а светочувствительные слои кинопленки, имеющие различные оптические спектральные чувствительности. После киносъемки и химико-фотографической обработки в слоях кинопленки образуются три негативных изображения, каждое из которых окрашено в свой определенный цвет. После печати на цветной позитивной многослойной кинопленке, имеющей аналогичное строение, получают позитив, состоящий также из трех одноцветных изображений.

Красители, образующиеся в слоях кинопленки, оцениваются или оптическими спектральными характеристиками, или кривыми оптического спектрального поглощения. Первые дают значения коэффициента пропускания, а вторые — плотности красителя в функции длины волны света.

Поскольку цветофильтровые слои сложены, то для того, чтобы изображения, записанные в слоях, не влияли друг на друга при проекции, красители в каждом слое должны поглощать свет только в своей области длин волн и иметь плотность, равную нулю, в области длин волн, принадлежащих красителям других слоев. Считается, что идеальные красители должны иметь кривые оптического спектрального поглощения в виде прямоугольников, показанных на рис. IV.18. Если негатив был экспонирован синим светом, то в негативе плотность слоя С будет максимальна, а в позитиве — минимальна. Поскольку слои З и К неэкспонированы, то их плотность в по-

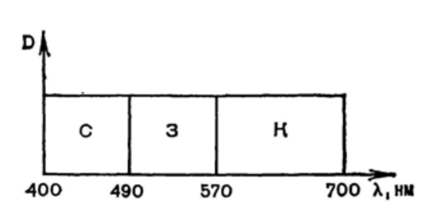


Рис. IV.18. Оптическое спектральное поглощение идеальных красителей

зитиве будет максимальна. При проекции позитив пропустит свет с длинами волн от 400 до 490 нм, вследствие чего на экране возникнет синее изображение. Аналогично образуются изображения зеленого и красного цветов, а также изображения промежуточных цветов, получаемых сложением красного, зеленого и синего цветов.

В действительности красители в каждом слое имеют цвета, дополнительные к основным (красному, зеленому и синему), т. е. голубой, пурпурный и желтый. Избирательно поглощающие слои производят как бы вычитание из белого света, излучаемого кинопроектором, каждого из трех основных цветов. Изменением плотности поглощающих слоев вычитание регулируется так, чтобы в прошедшем свете основные излучения оказались в комбинациях, воспроизводящих нужные цвета. В этом заключается основное отличие субтрактивного синтеза цветного изображения от аддитивного.

Рассматривая многослойный цветной позитив как систему, составленную из трех окрашенных слоев, допустимо считать, что каждый из них регулирует величину основного цвета, а изображение на экране образуется суммой этих основных цветов. Последнее облегчает сопоставление субтрактивной и аддитивной систем цветного кинематографа.

Применение цветных многослойных кинопленок позволяет при киносъемке и кинопроекции использовать обычные киносъемочные и кинопроекционные аппараты. В этом заключается основное достоинство субтрактивного метода по сравнению с аддитивным.

Считая, как и прежде, фотографический процесс достаточно линейным, следует отметить, что при субтрактивном методе записи цветного изображения дополнительные искажения цветовоспроизведения могут быть внесены процессом обработки и печати изображений. Этот процесс слабо влияет на цветопередачу в аддитивном методе вследствие того, что преобразования цветов происходят в основном при съемке и проекции.

Рассмотрим модель преобразования изображений в идеализированной субтрактивной системе (рис. IV.19). Будем считать, что оптический спектр входного изображения описывается функцией $E'_{вх}(\lambda)$. Тогда экспозиция в трех слоях определяется формулами (IV.19), где $E_0^к(\lambda)$, $E_0^з(\lambda)$ и $E_0^с(\lambda)$ — функции, которые в данном случае описывают оптическую спектральную чувствительность красно-, зелено- и синечувствительных слоев.

Требования, сформулированные в § IV.4, к системам, обеспечивающим воспроизведение физиологически точных цветных изображений, справедливы и в применении к субтрактивным системам. Поэтому на входе системы кривые оптической спектральной чувствительности слоев должны быть подобны кривым оптических спектральных чувствительностей цветоощущающих центров зрительного анализатора, т. е. должны быть выполнены равенства (IV.18). В субтрактивных системах, как и в аддитивных, это требование выполнимо лишь приближенно.

Допустим, что после фотографической обработки негатива в слоях образуются идеальные красители, плотности которых $D^{к}$, $D^{з}$ и $D^{с}$ будут пропорциональны логарифмам экспозиций $E^{к}$, $E^{з}$ и $E^{с}$, определяемых формулами (IV.19).

При печати необходимо обеспечить экспонирование красно-, зелено- и синечувствительных слоев позитивной кинопленки только излучениями, промодулированными изображениями, лежащими в соответствующих слоях негатива. Для этого кривые оптического спектрального поглощения $D^{к}(\lambda)$, $D^{з}(\lambda)$ и $D^{с}(\lambda)$ красителей в

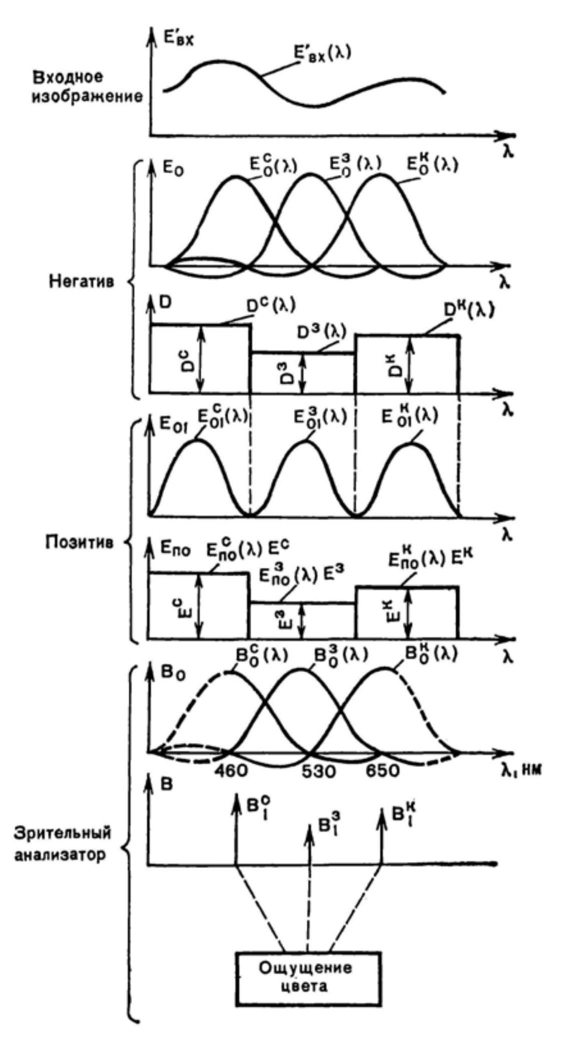


Рис. IV.19. Модель преобразования цветного изображения в идеализированной субтрактивной системе

слоях негатива должны быть согласованы с кривыми оптической спектральной чувствительности $E_{01}^{к}(\lambda)$, $E_{01}^{з}(\lambda)$ и $E_{01}^{с}(\lambda)$ слоев позитивной кинопленки таким образом, чтобы слои позитивной кинопленки были чувствительны только к излучениям, поглощаемым красителями, расположенными в соответствующих слоях негатива (как это показано на рис. IV.19). Если данное условие соблюдено, то после печати и химико-фотографической обработки в слоях позитива образуются красители, коэффициент пропускания которых пропорционален экспозициям $E^{к}$, $E^{з}$, $E^{с}$ соответствующих слоев негативной кинопленки.

Будем считать, что в позитиве образуются идеальные красители с оптическими спектральными характеристиками, описываемыми функциями $E_{по}^{к}(\lambda)$, $E_{по}^{з}(\lambda)$ и $E_{по}^{с}(\lambda)$. Тогда оптический спектр излучения при проекции фильма на экран определят выражения (IV.20), а воздействие всех излучений на цветоощущающие центры зрительного анализатора — выражения (IV.21). Из рис. IV.19 следует, что идеальные красители, возникшие в слоях позитивной кинопленки, не могут обеспечить восприятия каждого из трех изображений только определенными цветоощущающими центрами зрительного анализатора. Так же как и в аддитивной системе, для воспроизведения физиологически точного цветного изображения его три составляющие должны быть образованы тремя монохроматическими излучениями с длинами волн 650, 530 и 460 нм. В субтрактивных системах это обеспечить значительно труднее, чем в аддитивных.

Таким образом, для воспроизведения физиологически точного цветного изображения в субтрактивной системе кроме двух условий, сформулированных в § IV.4, необходимо выполнить третье: печать изображения с многослойного цветного негатива на многослойную цветную кинопленку должна быть выполнена так, чтобы экспонирование красно-, зелено- и синечувствительных слоев позитивной кинопленки было осуществлено только лишь излучениями, промодулированными изображениями, записанными в соответствующих слоях негатива.

§ IV.7. ВОСПРОИЗВОДЯЩИЕ СВОЙСТВА СОВРЕМЕННОГО ЦВЕТНОГО КИНЕМАТОГРАФА

Чтобы выполнить условия воспроизведения физиологически точных цветных изображений, кривые оптической спектральной чувствительности слоев цветной негативной кинопленки должны быть подобны кривым оптической спектральной чувствительности цветоощущающих центров зрительного анализатора, т. е. иметь отрицательные ветви, что невозможно. Так же как и в аддитивном методе, результата, близкого требуемому, можно достичь косвенным путем — применением маскирования. Поскольку внешнее параллельное маскирование требует проведения киносъемок на нескольких кинопленках, то, несмо-

тря на его достоинства, оно вряд ли перспективно в современном кинематографе.

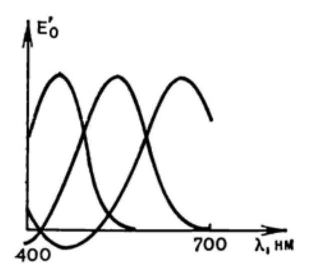
Рассмотрим способ осуществления метода *внешнего перекрестного маскирования* в субтрактивном процессе.

После съемки и химико-фотографической обработки цветного многослойного негатива с него печатают необходимое количество масок. Для этого с помощью светофильтров с каждого слоя негатива выпечатывают маски — позитивные цветоделенные изображения. Причем маски могут быть отпечатаны не только на цветной, но и на черно-белой кинопленке. После обычной печати цветного изображения на позитивной многослойной кинопленке ее дополнительно экспонируют через маски. Для экспонирования каждого слоя позитивной кинопленки через определенную маску печать производят с использованием светофильтров. Коэффициент пропускания масок и величина экспозиции при печати через них должны быть согласованы с коэффициентами a_n, входящими в формулу (IV.28). В результате проведения операции внешнего перекрестного маскирования изложенным способом происходит сложение интенсивностей, или, что равноценно этому, коэффициентов пропускания, в соответствии с формулой (IV.26). Так же как и в аддитивном процессе, операция маскирования значительно улучшает цветовоспроизведение, но все же не обеспечивает полностью выполнения условий записи и воспроизведения физиологически точных цветных изображений.

Изложенный метод внешнего перекрестного маскирования довольно трудоемок. Поэтому был предложен метод *внутреннего маскирования*, основанный на том, что в многослойную негативную кинопленку вводят специальные дополнительные компоненты или слои, которые образуют после химико-фотографической обработки окрашенные в нужный цвет маскирующие позитивные изображения, наложенные на основные негативные изображения. Если эти дополнительные компоненты или слои не были экспонированы при съемке, они несколько увеличивают суммарную плотность изображений в слоях негатива. Если же при съемке кинопленка была экспонирована на участках длин волн, на которых кривая оптической спектральной чувствительности соответствующего слоя должна была иметь отрицательные значения, плотность маскирующего позитивного изображения уменьшится, а следовательно, уменьшится и суммарная плотность слоя, что, как и при внешнем маскировании, приведет к некоторому увеличению плотности соответствующего слоя в отпечатанном позитиве.

Однако полной аналогии между внутренним и внешним маскированием нет. При наложении маскирующего изображения на основной негатив их коэффициенты пропускания перемножаются, а не складываются, как при внешнем маскировании, что равноценно сложению плотностей, вследствие чего внутреннее маскирование может лишь приближенно дать эффект, равноценный

внешнему маскированию. Несмотря на указанный недостаток, метод внутреннего маскирования получил в настоящее время некоторое распространение на практике. В качестве примера на рис. IV.20 приведены гипотетические кривые эквивалентной оптической спектральной чувствительности слоев негативной цветной кинопленки, в которой маскирующие компоненты введены



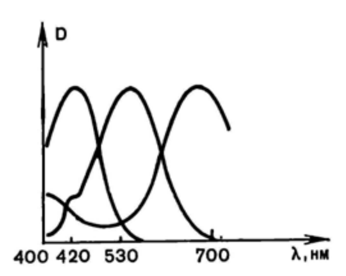


Рис. IV.20. Кривые эквивалентной оптической спектральной чувствительности слоев маскированной негативной цветной кинопленки

Рис. IV.21. Кривые оптического спектрального поглощения красителей, образующихся в слоях цветной негативной кинопленки

в зелено- и красночувствительные слои. Из сопоставления рис. IV.13 и IV.20 следует, что кривые оптических спектральных чувствительностей маскированных кинопленок и цветоощущающих центров зрительного анализатора близки друг другу. Последнее объясняет высокое качество цветопередачи, обеспечиваемое этими кинопленками.

Красители, возникающие в результате проявления реальных цветных негативных кинопленок, значительно отличаются от идеальных, имеющих оптическое спектральное поглощение, показанное на рис. IV.18. В качестве примера на рис. IV.21 даны кривые оптического спектрального поглощения красителей, образующихся в слоях многослойных цветных негативных кинопленок. Основным отличием реальных красителей является то, что они поглощают свет не только в своей области длин волн, но и в области поглощения других слоев, создавая ложные изображения. В итоге на основные цветоделенные изображения накладываются слабые ложные негативные изображения, принадлежащие другим слоям. Это приводит к нарушению условия записи и воспроизведения физиологически точных цветных изображений, поскольку не позволяет при печати обеспечить строгую сепарацию изображений, т. е. вызовет цветоделительные искажения.

Известны три способа уменьшения цветоделительных искажений при печати.

1. Созданием красителей в слоях негативной кинопленки с требуемыми кривыми оптических спектральных поглощений.

2. Маскированием ложных негативных изображений путем наложения на них масок — слабых позитивных изображений. Маски нейтрализуют ложное негативное изображение в заданной области длин волн, создавая равномерный фон определенной окраски. Однако поскольку маски накладываются и на основное изображение, то такое маскирование приводит к некоторому уменьшению цветового контраста изображения. Чтобы устранить ложные негативные изображения, в современных негативных кинопленках осуществляют внутреннее маскирование.

3. Проведением печати в трех монохроматических излучениях источников света, подобранных таким образом, чтобы длина волны каждого излучения соответствовала максимальному поглощению красителя одного слоя и минимальным поглощениям красителей двух других слоев. Так, для реальных цветных негативных кинопленок такими длинами волн будут (см. рис. IV.21) 420, 530 и 700 нм. Легче всего обеспечить печать монохроматическими излучениями в кинокопировальных аппаратах аддитивной печати*.

Наиболее перспективными являются первый и третий способы, поскольку они не вносят дополнительных искажений в записанное цветное изображение. При реализации первого способа следует иметь в виду, что расположение зон спектрального поглощения красителей слоев негативной кинопленки вдоль оси 0λ не имеет принципиального значения, поскольку негатив выполняет вспомогательную роль. Вследствие этого зоны поглощения красителей могут быть разнесены друг от друга и даже быть вне пределов видимого участка спектра. Главное, чтобы они не перекрывали друг друга и были согласованы с расположением кривых оптической спектральной чувствительности слоев позитивной кинопленки.

Если расположение кривых оптического спектрального поглощения красителей в слоях негативной кинопленки не имеет принципиального значения, то эти кривые для красителей, возникающих в слоях позитивной кинопленки, должны быть согласованы с кривыми оптической спектральной чувствительности цветоощущающих центров зрительного анализатора. Как было показано, для воспроизведения физиологически точных цветных изображений три составляющих цветного синтеза должны быть образованы монохроматическими излучениями.

---

* В аддитивных системах цветной печати для экспонирования кинопленки используются три цветоделительные системы с различной степенью сепарации оптических спектральных зон. Принципиально в системах аддитивной печати могут быть применены три монохроматических источника света, создающих излучения требуемых длин волн (например, оптические квантовые генераторы).

На рис. IV.22 приведены кривые оптического спектрального поглощения красителей, образующихся в слоях многослойной позитивной цветной кинопленки. Из рисунка следует, что красители не только не обеспечивают монохроматичности излучения при кинопроекции кинопроектором с источником белого света, но даже перекрывают друг друга. Это указывает на то, что точная сепарация изображений зрительным анализатором при восприятии цветного изображения в кинотеатре невозможна. Некоторого улучшения качества цветопередачи при кинопроекции можно достичь применением в кинопроекторе источника света с тремя монохроматическими излучениями с определеными длинами волн. Однако реализация такого источника света представляет значительные технические трудности.

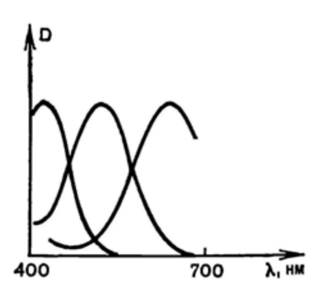


Рис. IV.22. Кривые оптического спектрального поглощения красителей, образующихся в слоях цветной позитивной кинопленки

Проведенный анализ показывает, что современный цветной кинематограф не отвечает полностью условиям воспроизведения физиологически точного цветного изображения. Наиболее слабым элементом субтрактивной системы являются красители, образующиеся в слоях позитивной кинопленки. Их оптические спектральные характеристики очень далеки от требуемых. Вследствие этого основной причиной искажений цветопередачи является субтрактивный синтез цветного изображения, который в некоторой степени скрадывает искажения, вызванные неудовлетворительным цветоделением при съемке и печати.

Полное выполнение сформулированных условий записи и воспроизведения физиологически точных цветных изображений вряд ли обязательно. Величина допустимых отклонений от этих условий, которая не приведет к существенным искажениям в цветопередаче, может быть определена методом психо-физических исследований. Это даст возможность научного обоснования требований к параметрам системы, обеспечивающих воспроизведение психологически точных цветных изображений, т. е. изображений, обладающих мало заметными зрителю искажениями.

Непрерывно возрастающие требования зрителей к качеству воспроизводимого цветного изображения со временем могут поставить задачу создания кинематографических систем, способных воспроизводить цвет без каких-либо заметных искажений. Это достижимо в полной мере лишь при использовании систем, воспроизводящих физически точные цветные изображения.

Глава V

КВАЛИМЕТРИЯ КИНЕМАТОГРАФИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ V.1. КВАЛИМЕТРИЯ И ЕЕ ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Квалиметрия — это научное направление по разработке методов количественной оценки качества продукции. Под количественной оценкой подразумевают определение численных значений качества продукции. Квалиметрия позволяет лучше обосновывать выбор оптимальных решений при разработке новых и усовершенствовании существующих образцов продукции.

Согласно ГОСТ 15467—79 «Управление качеством продукции (основные понятия, термины и определения)», качество определяется как совокупность свойств продукции, обусловливающих ее пригодность удовлетворять определенные потребности в соответствии с ее назначением.

Показатели качества подразделяются на единичные и комплексные. *Единичный показатель* относится только к одному из свойств продукции, *комплексный показатель* — к нескольким свойствам продукции. Причем *свойство продукции* — ее объективная особенность, которая может проявляться при создании, эксплуатации или потреблении продукции. Как правило, любой вид продукции имеет большое число единичных показателей, поэтому оценка качества продукции только по перечню его показателей невозможна без сведения их в один общий, комплексный (или интегральный) показатель [1].

Единичные показатели качества продукции определяются путем измерений или вычислений и выражаются количественно в кг, м, с и т. п. В тех случаях, когда определить численные значения показателя качества инструментальным методом невозможно, прибегают к экспертному методу определения показателя в условных единицах, например по пятибалльной шкале.

Абсолютный показатель качества еще не достаточен для количественной оценки качества продукции, поскольку он ничего не говорит о свойствах с точки зрения «хорошо — плохо», «достаточно — недостаточно» и т. д. Например, известно, что масса киносъемочного аппарата равна 15 кг. Но это не дает возможности оценить свойство «эргономичность». Для штативных киносъемочных аппаратов такая масса вполне приемлема, а для ручных — излишне велика. Поэтому единичные показатели оценивают *коэффициентом качества*, который определяется в зависимости от соотношения показателей качества оцениваемой продукции и показателя качества продукции, принятой за эталон.

Если i-й единичный показатель качества оцениваемой продукции равен q_i, а эталонный — $q_i^{эт}$, зависимость единичного коэффициента качества k_i для i-го свойства продукции от q_i и $q_i^{эт}$ определит функция:

$$k_i = f(q_i,\ q_i^{эт}). \tag{V.1}$$

Во многих случаях k_i — функция отношения указанных показателей качества:

$$k_i = f\left(\frac{q_i}{q_i^{эт}}\right). \tag{V.2}$$

Функциональные зависимости (V.1) и (V.2) строятся таким образом, что коэффициент качества k_i выражается безразмерной величиной, лежащей в пределах $0 < k_i \leqslant 1$. Лучшему качеству продукции соответствует большее значение коэффициента k_i. При $k_i = 1$ качества оцениваемой и эталонной продукции равны.

В простейшем случае коэффициент качества линейно зависит от показателя качества q_i:

$$k_i = \frac{q_i}{q_i^{эт}}$$

или

$$k_i = \frac{q_i^{эт}}{q_i}.$$

Первое равенство используют тогда, когда увеличение показателя качества сопровождается улучшением качества продукции, второе — когда увеличение показателя качества сопровождается ухудшением качества продукции.

В некоторых случаях коэффициент качества зависит только от показателя качества оцениваемой продукции, т. е.

$$k_i = f(q_i). \tag{V.3}$$

Сведение единичных коэффициентов качества в комплексный производится с учетом важности каждого из оцениваемых свойств продукции. Для этого путем экспертного опроса группы специалистов или потребителей определяются коэффициенты весомости важности p_i каждого единичного свойства изделия. Коэффициенты весомости нормируются путем наложения условия:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1, \tag{V.4}$$

где n — количество свойств продукции, по которым определяется ее качество.

Комплексный коэффициент качества Q равен функционалу:

$$Q = \varphi\{p_1 k_1,\ p_2 k_2, \ldots,\ p_n k_n\}. \tag{V.5}$$

Часто, в зависимости от принятых к рассмотрению показателей качества и способов нахождения функций (V.1)—(V.3), функционал (V.5) принимает довольно простой вид:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} p_i k_i. \tag{V.6}$$

Поскольку значения k_i лежат в пределах от 0 до 1 и выполняется условие нормирования (V.4), то комплексный коэффициент качества, так же как и единичный, может изменяться от 0 до 1. Причем Q достигает единицы тогда, когда качество оцениваемой продукции равно качеству эталонной.

Единичные показатели качества с коэффициентом весомости ниже $0{,}10 \div 0{,}05$ оказывают незначительное влияние на комплексный коэффициент качества, поэтому их обычно исключают из рассмотрения. Опыт применения квалиметрических комплексных оценок качества продукции показывает, что наиболее эффективен этот метод тогда, когда число единичных показателей качества не превышает $5 \div 7$.

Если число единичных показателей качества превышает $5 \div 7$, строят иерархическую совокупность свойств, которые представляют интерес для потребителей данной продукции. Причем наиболее общее свойство, определяющее комплексный показатель качества продукции, располагается на самом низком — нулевом уровне. Составляющие менее общие свойства располагаются на 1-м, 2-м, 3-м и т. д. уровнях. Возникает так называемое *иерархическое дерево свойств* (рис. V.1), строя которое группируют свойства таким образом, чтобы каждая группа любого уровня рассмотрения содержала не более $5 \div 7$ свойств.

В тех случаях, когда коэффициенты весомости для всех свойств продукции равны, в соответствии с выражением (V.4) $p_i = \frac{1}{n}$

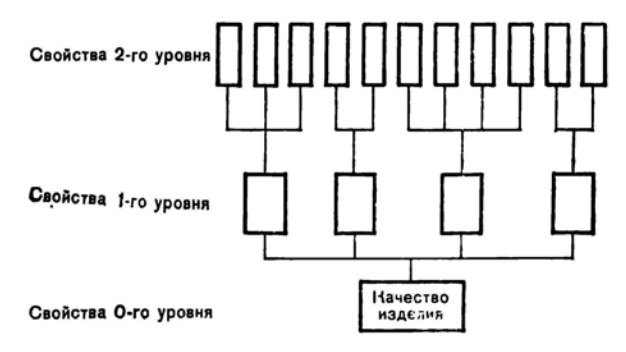


Рис. V.1. Иерархическое дерево свойств

и формула (V.6) принимает вид:

$$Q = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_i. \quad \text{(V.7)}$$

Иногда, в зависимости от способа нахождения соотношений (V.1) ÷ (V.3), более точные значения комплексного коэффициента качества (при равных коэффициентах весомости) дает формула:

$$Q = \prod_{i=1}^{n} k_i. \quad \text{(V.8)}$$

Возможность оценки качества продукции по ряду ее свойств одним числом подтверждается практикой. Из формул (V.5) ÷ (V.8) следует, что может существовать бесконечно большое число комбинаций единичных коэффициентов качества одной и той же продукции, обеспечивающих одинаковую комплексную оценку качества. Это создает условия для обмена единичных показателей качества, заключающиеся в том, что ухудшение комплексного коэффициента качества по одному единичному коэффициенту качества может быть скомпенсировано улучшением по другим единичным коэффициентам качества. Причем, чем выше комплексный коэффициент качества, тем меньше существует возможностей для обмена. Для наивысшего качества ($k_1 = 1$, $k_2 = 1$, ..., $k_n = 1$, $Q = 1$) обмена быть не может, поскольку ухудшение качества по одному из единичных показателей нельзя скомпенсировать улучшением по другому единичному показателю качества.

Следует отметить, что изделия, имеющие одинаковый комплексный коэффициент качества Q, не обязательно оцениваются как тождественные, но должны восприниматься потребителем как эквивалентные по качеству. По мере возрастания комплексного коэффициента качества одноименных изделий они становятся более тождественными друг другу.

§ V.2. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА КИНЕМАТОГРАФИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

Основное назначение кинематографических систем — воспроизведение движущихся изображений, т. е. оптического отображения объектов реального мира на плоскости. Совершенство кинематографической системы определяется реалистичностью воспроизводимого изображения, степенью соответствия его реальным объектам. Полного соответствия изображения и объекта не требуется, поскольку, как было уже показано, зрительный анализатор человека при рассматривании как объектов реального мира, так и их изображений осуществляет фильтрацию пространственных и временных частот и, следовательно, очень мел-

кие подробности в пространстве или быстрые изменения во времени не замечает. Аналогично оптический спектр излучения как объекта, так и его изображения воспринимают лишь три цветоощущающих центра зрительного анализатора, поэтому воспроизведения физически точных цветных изображений обычно не требуется.

В художественном кинематографе имеет место сложная взаимосвязь между смысловым и эмоциональным восприятием кинофильмов. Иногда изображения, сознательно нарушенные, с преувеличением отдельных черт с целью усиления художественной выразительности, воспринимаются зрителем как приемлемые без чувства неудовлетворенности.

В дальнейшем, говоря о качестве изображения, будем иметь в виду только такие показатели качества, которые определяются совокупностью физических параметров, обусловливающих воспроизводящие свойства кинематографической системы.

Для количественной оценки качества кинематографической системы применимы основные положения квалиметрии. Будем считать, что качество кинематографической системы определяется как совокупность ее воспроизводящих свойств, обусловливающих пригодность системы удовлетворять определенным требованиям кинозрителей. Причем единичный показатель качества кинематографической системы относится только к одному из ее воспроизводящих свойств, а комплексный — к нескольким воспроизводящим свойствам кинематографической системы.

К объективным параметрам — показателям качества кинематографической системы — можно отнести разрешающую способность, пространственную частотную характеристику, информационную емкость, коэффициент обтюрации киносъемочного аппарата, частоту кинопроекции и т. п. В большинстве случаев показатели качества могут быть выражены количественно в $мм^{-1}$, нат. ед., кадр/с и т. д. Однако данные параметры для зрителя безразличны. Зритель говорит о резкости, четкости изображения, заметности искажений первого рода (стробоскопический эффект), второго рода (прерывистость движения, мелькания изображений) и т. п. Эти показатели являются субъективными. Они определяют качество воспринимаемого зрителем изображения.

Для количественной оценки качества кинематографической системы применим формулы (V.1)—(V.3). Причем k_i в данном случае является субъективно определяемым единичным коэффициентом качества изображения, воспроизводимого кинематографической системой, а q_i и $q_i^{эт}$ — соответствующие объективные единичные показатели качества оцениваемой и принятой за эталон кинематографических систем.

Таким образом, формулы (V.1)—(V.3) дают функциональную зависимость между объективными показателями качества кинематографической системы и субъективно определяемыми коэффициентами качества воспроизводимых системой изображений. Сле-

довательно, качество кинематографической системы определяется качеством воспроизводимого ею изображения.

Например, известно, что объективный единичный показатель качества кинематографической системы — разрешающая способность N — определяет субъективно оцениваемый параметр изображения — его четкость. В соответствии с формулой (V.1) коэф-

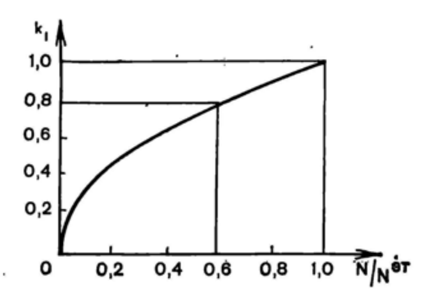


Рис. V.2. Зависимость коэффициента качества кинематографической системы от разрешающей способности

фициент качества k_i для разрешающей способности будет равен:

$$k_i = f(N, N^{эт}), \qquad (V.9)$$

где $N^{эт}$ — разрешающая способность кинематографической системы, принятой за эталон. Если будет найдена функциональная зависимость (V.9), то не представит труда определить коэффициент качества для кинематографической системы, имеющей любое значение N. Допустим, что коэффициент качества k_i является функцией отношения N к $N^{эт}$, т. е.

$$k_i = f\left(\frac{N}{N^{эт}}\right).$$

Причем данная зависимость имеет вид, показанный на рис. V.2. Если разрешающая способность оцениваемой системы $N = 0{,}6N^{эт}$, то коэффициент качества для разрешающей способности $k_i = 0{,}8$. Это значение соответствует субъективной оценке четкости изображения.

Аналогичным образом могут быть представлены зависимости и других субъективных коэффициентов качества изображения от объективных показателей качества кинематографических систем.

Не все единичные показатели качества кинематографических систем равноценны. Например, разрешающая способность и информационная емкость более важны, чем коэффициент обтюрации киносъемочного аппарата, поскольку первые определяют такие важные субъективные показатели качества изображения, как

четкость и резкость, а коэффициент обтюрации — лишь возможность появления стробоскопического эффекта. Последний возникает только при воспроизведении изображений объектов, содержащих периодически повторяющиеся детали, что на практике встречается довольно редко. Поэтому перед сведением единичных коэффициентов качества в комплексный необходимо установить значения коэффициентов весомости каждого свойства кинематографической системы. Эта задача решается путем проведения экспертного опроса из группы кинозрителей и специалистов в области кинотехники.

Комплексный коэффициент качества Q кинематографической системы определяется по формулам (V.5), (V.6), (V.7) или (V.8).

В работе [53] показано, что для определения комплексного коэффициента качества Q изображения дает хорошие результаты формула:

$$\left(\frac{k_m - Q}{Q - k_0}\right)^m Q = \sum_{i=1}^{n} p_i \left(\frac{k_m - k_i}{k_i - k_0}\right)^m k_i,$$

где m — показатель степени, определяемый экспериментально. Единичный коэффициент качества k_i может принимать значения только в пределах:

$$k_0 < k_i < k_m,$$

где k_0 — минимальный коэффициент качества, соответствующий неудовлетворительному качеству изображения; k_m — максимальный коэффициент качества, соответствующий коэффициенту качества эталонного изображения.

§ V.3. СЕНСОРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗРИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗАТОРА

Многие исследователи для количественной оценки воспроизводящих свойств кинематографических систем используют приемы, разработанные не только в квалиметрии, но и в психофизике. В психофизике введено понятие «сенсорная характеристика». *Сенсорные характеристики* устанавливают связь между объективными параметрами окружающего человека мира и интенсивностями отклика соответствующего чувствующего органа.

Изображение воспринимает чувствующий орган человека — зрительный анализатор. Следовательно, сенсорная характеристика зрительного анализатора показывает функциональную зависимость между объективными параметрами, определяющими воспроизводящие свойства кинематографической системы, и интенсивностью отклика на них зрителя. Сенсорные характеристики изображают в виде графиков, на оси абсцисс которых откладыва-

ют значения параметров воспроизводящей системы, а на оси ординат — субъективную шкалу величины ощущения.

При построении субъективных шкал вопрос заключается в том, как измерить и что выбрать за единицу восприятия или ощущения. В психофизике по структурным свойствам все многообразие возможных субъективных шкал сводится к четырем видам: порядка, интервалов, отношений и категорий. Для оценки воспроизводящих свойств кинематографических систем наиболее употребительны шкалы отношений и категорий.

Субъективная *шкала отношений* является линейной шкалой, содержащей дробные числа от нуля до единицы (0; 0,1; 0,2; ...; 1). Оценивая качество воспроизводимого системой изображения, наблюдатель формализует свои оценки условными числами (например, 0,3; 0,45 или 0,90). Эксперимент проводится следующим образом. Наблюдателю предъявляют два изображения: одно — воспроизводимое оцениваемой системой, а другое — эталонной. Эталонная система воспроизводит идеальное изображение, субъективно воспринимаемое качество которого не может быть повышено улучшением воспроизводящих свойств системы. Наблюдателю предлагают оценить изображение, воспроизводимое исследуемой системой, по сравнению с изображением, воспроизводимым эталонной системой, числами шкалы отношений. Качеству эталонного изображения приписывается число 1, а исследуемого — дробные числа, пропорциональные кажущемуся качеству воспринимаемого изображения. Производя подобным образом оценку изображений, образованных оцениваемой системой с изменяющимися воспроизводящими свойствами, строят сенсорную характеристику на субъективной шкале отношений для какого-либо определенного воспроизводящего свойства системы (разрешающей способности, информационной емкости и т. п.).

Достоинство шкалы отношений заключается в том, что с числами этой шкалы можно производить все арифметические действия (сложение, вычитание, умножение и т. п.). Значения шкалы отношений отвечают требованиям, сформулированным к коэффициентам качества продукции (см. § V.1), поэтому сенсорная характеристика, построенная на шкале отношений, дает зависимости вида (V.1)—(V.3), т. е. позволяет количественно оценить качество кинематографической системы для определенного воспроизводящего свойства. Приведенный на рис. V.2 график представляет собой сенсорную характеристику зрительного анализатора на шкале отношений для разрешающей способности кинематографической системы.

Формализация оценки качества изображения числами шкалы отношений вызывает на практике известные трудности. Из опыта известно, что наблюдателю зрительно значительно легче оценить качество изображения по шкале категорий, которая более употребительна у зрителя. Психофизическая *шкала категорий* основана на принципе ранжирования неформализованных мне-

ний наблюдателя. Ранги шкалы категорий формируются в таких хорошо ассоциирующихся у зрителей терминах, как «отлично», «почти отлично», «хорошо», «почти хорошо», «удовлетворительно», «почти удовлетворительно», «неудовлетворительно». Например, для разрешающей способности сенсорная характеристика на шкале категорий будет иметь вид, показанный на рис. V.3.



Рис. V.3. Сенсорная характеристика для разрешающей способности на шкале категорий

Поскольку зрителю значительно легче оценить воспроизводящие свойства кинематографической системы по шкале категорий, то и согласованность ответов наблюдателей при оценке по этой шкале выше, чем по шкале отношений. Последнее упрощает проведение эксперимента и позволяет получить более точный результат оценки системы. Однако в отличие от шкалы отношений шкала категорий не разрешает производить над ней строгие математические действия. Кроме того, сенсорная характеристика, построенная на шкале категорий, не дает непосредственно значений коэффициентов качества кинематографической системы, как это имеет место при использовании шкалы отношений.

Экспериментально установлено [3], что между субъективными шкалами отношений и категорий существует связь, т. е. можно от одной шкалы перейти к другой (табл. V.1). Следовательно, при проведении экспериментов допустимо вначале строить сенсорную характеристику на субъективной шкале категорий, а затем, пользуясь табл. V.1, перейти к более удобной для оценки качества кинематографической системы субъективной шкале отношений.

Часто шкалу категорий представляют в виде пятибалльной шкалы:

Балл	5	4	3	2	1
Качество	Отличное	Хорошее	Удовлетворительное	Плохое	Очень плохое

Таблица V.1*

Связь между субъективными шкалами отношений и категорий

Шкала категорий	Шкала отношений
Эталонное	1,00
Отличное	0,95
Почти отличное	0,90
Хорошее	0,85
Почти хорошее	0,75
Удовлетворительное	0,65
Почти удовлетворительное	0,50
Неудовлетворительное	0,35

* Табл. V.1 заимствована из работы [3].

§ V.4. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СЕНСОРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

При проведении психофизических исследований по построению сенсорных характеристик зрительного анализатора необходимо выбрать группу наблюдателей, условия наблюдения и набор изображений.

В группу экспертов включают специалистов в области кинотехники, а также потребителей (например, для оценки качества кинопоказа — кинозрителей).

Число экспертов-наблюдателей должно быть выбрано достаточно большим. При восприятии изображения отдельным наблюдателем оценка его качества носит субъективный характер. Однако в практических целях для количественной оценки качества кинематографических систем требуются объективные данные. Достаточная степень их достоверности может быть получена в результате сопоставления и соответствующей статистической обработки мнений большого количества экспертов. Во многих случаях для получения достоверных данных достаточно иметь группу наблюдателей из 10—15 человек при условии десятикратного предъявления им каждого изображения, т. е. иметь $100 \div 150$ эксперто-показаний.

При проведении эксперимента по построению сенсорных характеристик для заданного воспроизводящего свойства необходимо обеспечить постоянство всех остальных воспроизводящих свойств. Причем последние должны обеспечивать по возможности воспроизведение изображения отличного качества. Например, если определяется сенсорная характеристика для четкости и резкости, то желательно иметь возможность плавно изменять параметры системы, определяющие эти показатели качества изображения, и в то же время цветопередача, яркость, контраст и другие показатели изображения должны быть безукоризненными.

Наблюдателей располагают на определенном, заранее выбранном расстоянии от экрана. В процессе проведения эксперимента воспроизводящие свойства системы постепенно изменяются, и наблюдателю предлагается оценить качество воспроизводимого изображения по шкале категорий. В этом случае наблюдателям, как правило, предъявляются два изображения — оцениваемое и эталонное. В некоторых случаях при оценке изображения по шкале категорий наблюдателям предъявляются только изображения, воспроизводимые оцениваемой системой.

Для проведения эксперимента должны быть выбраны наиболее характерные изображения, критичные для оцениваемых воспроизводящих свойств системы. Так, например, если оценивается система по параметрам, определяющим цветопередачу, то наиболее характерными являются изображения, содержащие лица актеров, зеленые деревья, голубое небо, чистый снег. Если оцениваются четкость и резкость, то наиболее характерными будут изображения людей, архитектурных сооружений, пейзажей, снятые общим, средним и крупным планом.

Результаты психофизических экспериментов статистически обрабатываются по общепринятым методикам.

§ V.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЕСОМОСТИ

Чтобы соединить единичные коэффициенты качества в комплексный, необходимо определить коэффициенты весомости для каждого показателя качества кинематографической системы. Наиболее эффективным для определения коэффициентов весомости является *экспертный метод*. В качестве экспертов подбирается группа (10—20 человек) специалистов, достаточно компетентных в области кинематографии. При проведении экспертного опроса свойства кинематографической системы представляют в виде иерархической структуры, о которой говорилось выше, таким образом, чтобы количество свойств, объединяемых в одну группу, не было больше 5—7. Опыт показывает, что экспертам трудно без значительной ошибки выносить решение, когда приходится учитывать более 5—7 альтернатив.

В квалиметрии предложено несколько методов экспертного определения коэффициентов весомости единичных свойств продукции. Они отличаются как подходом к постановке вопросов, на которые отвечают эксперты, так и проведением экспериментов и обработкой результатов опроса.

Рассмотрим два метода, наиболее подходящие для определения коэффициентов весомости единичных свойств кинематографической системы, — метод непосредственного определения коэффициента весомости и метод предпочтения.

Метод непосредственного определения коэффициента весомости заключается в том, что экспертам предлагается опреде-

лить весомость каждого показателя качества дробным числом (0,1; 0,3; 0,5 и т. д.), тем бо́льшим, чем важнее считает эксперт данное свойство. Причем сумма этих чисел должна быть равна единице. Если в экспертизе принимали участие r экспертов, то коэффициент весомости p_i для i-го свойства будет равен среднеарифметическому значению, найденному из ответов всех экспертов, т. е.

$$p_i = \frac{\sum_{j=1}^{r} p_{ji}}{r}. \qquad (V.10)$$

Пример 1. Найти коэффициенты весомости, если количество свойств системы $n = 5$, а количество экспертов $r = 6$. Коэффициенты весомости эксперты распределили так, как показано в табл. V.2.

Таблица V.2

К непосредственному определению коэффициентов весомости

Свойства		1	2	3	4	5
		Коэффициенты весомости				
Эксперты	1	0,20	0,15	0,10	0,25	0,30
	2	0,25	0,10	0,15	0,30	0,20
	3	0,18	0,23	0,12	0,25	0,22
	4	0,15	0,18	0,10	0,28	0,29
	5	0,18	0,15	0,08	0,30	0,29
	6	0,22	0,16	0,10	0,28	0,24
$\sum_{j=1}^{6} p_{ji}$		1,18	0,97	0,65	1,66	1,54

На основе табл. V.2 и формулы (V.10) находим, что коэффициенты весомости равны:

$$p_1 = \frac{1,18}{6} = 0,20; \quad p_2 = \frac{0,97}{6} = 0,16; \quad p_3 = \frac{0,65}{6} = 0,11;$$

$$p_4 = \frac{1,66}{6} = 0,27; \quad p_5 = \frac{1,54}{6} = 0,26.$$

Метод непосредственного определения коэффициентов весомости прост в обработке результатов экспертизы, однако, как показывает опыт, он затруднителен в проведении эксперимента. Оказывается, экспертам трудно одновременно оценивать предпочтительность свойств одного перед другим и стремиться к тому,

чтобы сумма коэффициентов весомости была равна единице. В этом отношении более удобен метод предпочтения.

Метод предпочтения основан на том, что экспертов просят пронумеровать все свойства в порядке их предпочтения так, чтобы наименее предпочитаемое (важное) свойство получало номер (место) 1, следующее по важности свойство — номер 2 и т. д.

В квалиметрии выведена формула [1] для расчета весомости i-го свойства:

$$p_i = \frac{\sum_{j=1}^{r} N_{ji}}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{r} N_{ji}}, \qquad \text{(V.11)}$$

где N_{ji} — место, на которое поставлена весомость i-го свойства у j-го эксперта; n — количество свойств.

Пример 2. Определить коэффициенты весомости, если количество свойств, по которым определяют качество кинематографической системы, равно 5, а количество экспертов $r = 6$. Эксперты определили места N_{ji}, на которые поставлены свойства так, как показано в табл. V.3.

Таблица V.3

К определению коэффициентов весомости по методу предпочтения

Свойства		1	2	3	4	5
		Места, на которые поставлена весомость свойства N_{ji}				
Эксперты	1	3	2	1	4	5
	2	3	1	2	5	4
	3	3	2	1	5	4
	4	4	2	1	3	5
	5	4	1	2	3	5
	6	3	2	1	4	5
$\sum_{j=1}^{6} N_{ji}$		20	10	8	24	28

Из табл. V.3 находим, что

$$\sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{6} N_{ji} = 20 + 10 + 8 + 24 + 28 = 90.$$

Следовательно, в соответствии с формулой (V.11) имеем коэффициенты весомости:

$$p_1 = \frac{20}{90} = 0{,}22;\ p_2 = \frac{10}{90} = 0{,}11;\ p_3 = \frac{8}{90} = 0{,}09;$$

$$p_4 = \frac{24}{90} = 0{,}27;\ p_5 = \frac{28}{90} = 0{,}31.$$

После проведения эксперимента по определению коэффициентов весомости необходимо проанализировать, насколько достоверные данные получены в результате экспертизы. Считается, что результат экспертизы достоверен, если ответы экспертов достаточно согласованы. Для оценки степени согласованности ответов экспертов предложен *коэффициент конкордации* (согласованности) W, который показывает, существует ли неслучайная согласованность в мнениях экспертов. Коэффициент конкордации определяет формула [1]:

$$W = \frac{12S}{r^2(n^3 - n)}, \qquad (V.12)$$

где S — сумма квадратов отклонений Δ_{ji} средней суммы мест от суммы мест каждого свойства, т. е.

$$S = \sum_{j=1}^{n} \Delta_{ji}^2, \qquad (V.13)$$

причем

$$\Delta_{ij} = \sum_{j=1}^{r} N_{ji} - T. \qquad (V.14)$$

Здесь T — средняя сумма мест, определяемая формулой:

$$T = \frac{\sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{n} N_{ji}}{n}. \qquad (V.15)$$

Чем больше значение коэффициента конкордации, тем более достоверные данные получены в результате экспертизы, т. е. существует неслучайная согласованность в мнениях экспертов. Если значение коэффициента конкордации менее 0,5, то считается, что экспертиза проведена неудовлетворительно и ее результаты не могут быть приняты для определения комплексного коэффициента качества.

Пример 3. Определить коэффициент конкордации для рассмотренного выше примера 2 по определению весовых коэффициентов по методу предпочтения. Среднюю сумму мест находим на основе табл. V.3 и формулы (V.15):

$$T = \frac{\sum_{j=1}^{6} \sum_{i=1}^{5} N_{ji}}{5} = \frac{20 + 10 + 8 + 24 + 28}{5} = 18.$$

В табл. V.4 вносим значения $\sum_{j=1}^{6} N_{ji}$ из табл. V.3 и определяем по формуле (V.14) значения отклонений Δ_{ji} средней суммы мест от суммы мест каждого свойства. В этой же таблице даны значения квадратов отклонений Δ_{ji}^2. По формуле (V.13) определяем сумму квадратов отклонений Δ_{ji}:

$$S = 4 + 64 + 100 + 36 + 100 = 304.$$

Наконец, по формуле (V.12) определяем коэффициент конкордации:

$$W = \frac{12 \cdot 304}{36\,(125 - 5)} = 0{,}85.$$

Таблица V.4

К определению коэффициента конкордации

Свойства	1	2	3	4	5
$\sum_{j=1}^{6} N_{ji}$	20	10	8	24	28
Δ_{ji}	2	—8	—10	6	10
Δ_{ji}^2	4	64	100	36	100

Таблица V.5

К определению коэффициента конкордации по данным, полученным методом непосредственного определения коэффициентов весомости

Свойства		1	2	3	4	5
		Места, на которые поставлена весомость свойств				
Эксперты	1	3	2	1	4	5
	2	4	1	2	5	3
	3	2	4	1	5	3
	4	2	3	1	4	5
	5	3	2	1	5	4
	6	3	2	1	5	4

Если использован метод непосредственного определения коэффициентов весомости, то для определения коэффициента конкордации предварительно производится перевод коэффициентов весомости, установленных каждым экспертом, в места. В качестве примера в табл. V.5 даны места, определенные на основе табл. V.2.

Дальнейшее определение коэффициента конкордации производится аналогично рассмотренному в примере 3.

§ V.6. ПРИМЕНЕНИЕ КВАЛИМЕТРИИ В КИНЕМАТОГРАФИИ

В последние годы методы, разработанные в квалиметрии и психофизике, начинают получать все более широкое применение в кинематографии. Они позволяют совершенствовать инструментальные и субъективные способы контроля качества фильмовых материалов на киностудиях, кинокопировальных фабриках и в конторах кинопроката. Разрабатываются приборы для вычисления квалиметрических визуальных оценок при контроле фильмовых материалов, приборы инструментальной комплектации цветных фильмокопий по цветовому тону и оптической плотности и т. п. [36]. Квалиметрия позволяет решать и другие вопросы, более принципиального характера — обосновывать требования к параметрам, определяющим воспроизводящие свойства новых кинематографических систем и их элементов, а следовательно, создавать основу для составления долгосрочного прогноза развития кинотехники.

Квалиметрический метод оценки воспроизводящих свойств кинематографических систем включает в себя следующие этапы:

1) выбор и обоснование единичных показателей качества кинематографических систем и воспроизводимых ими изображений;

2) определение коэффициентов весомости единичных показателей качества;

3) построение сенсорных характеристик для каждого единичного показателя качества;

4) определение коэффициентов качества;

5) сведение коэффициентов качества в комплексную оценку.

В табл. V.6 приведены единичные показатели качества изображения и их коэффициенты весомости, установленные на основании опроса 180 экспертов — специалистов киностудий, кинокопировальных фабрик и Научно-исследовательского кинофотоинститута [36]. Эти данные используются при оценке фильмокопий на киностудиях и кинокопировальных фабриках.

При оценке качества фильмокопий ограничились делением изображения на отдельные признаки, не производя их дальнейшей детализации. Принципиально эти признаки можно разложить на менее общие свойства следующего — второго уровня рассмотрения. Так, резкость может быть представлена более простыми показателями качества: «дыхание резкости», «непостоянство рез-

Таблица V.6

Единичные показатели качества изображения и их коэффициенты весомости

Единичные показатели качества	Коэффициент весомости
Резкость	0,30
Цветопередача	0,30
Контраст	0,15
Плотность	0,15
Помехи (царапины, загрязнения, пятна, полосы, неустойчивость кадра, зернистость и др.)	0,10

кости по полю кадра»; цветопередача — более простыми показателями: «искажения по цветовому тону», «неровность по цвету» и т. д. В результате возникает иерархическое дерево свойств кинематографической системы.

Из табл. V.6 следует, что наиболее значимые показатели качества изображения в кинематографе — резкость и цветопередача, которые в основном и определяют качество кинематографической системы в целом.

Данные табл. V.6 позволяют производить вычисления комплексного коэффициента качества, если известны единичные коэффициенты качества для каждого свойства изображения.

П р и м е р. Определить комплексный коэффициент качества кинематографической системы. Весовые коэффициенты p_i имеют значения, приведенные в табл. V.6, а единичные коэффициенты качества k_i равны: для резкости — 0,90; цветопередачи — 0,85; контраста — 1,00; плотности — 0,85; помех — 0,90.

По формуле (V.6) находим:

$$Q = 0{,}30 \cdot 0{,}90 + 0{,}30 \cdot 0{,}85 + 0{,}15 \cdot 1{,}00 + 0{,}15 \cdot 0{,}85 + 0{,}10 \cdot 0{,}90 = 0{,}90.$$

Рассмотрим теперь методику и результаты количественной оценки качества изображения по наиболее важному его параметру — «резкость», — которые заимствованы из работы [78]. На основе психофизических исследований, выполненных рядом специалистов, в работе выведена формула для определения качества воспринимаемого зрителем изображения:

$$k_i = (0{,}385\, F_{\text{зр}\Sigma})^{0{,}70}. \qquad \text{(V.16)}$$

Данная функция выражает сенсорную характеристику зрительного анализатора для резкости, построенную на пятибалльной психофизической шкале категорий. Она дает зависимость коэффициента качества k_i (в баллах пятибалльной шкалы) от площади $F_{\text{зр}\Sigma}$, ограниченной результирующей ПЧХ системы (вклю-

чая зрительный анализатор), приведенной к сетчатке глаза. Формула (V.16) выведена применительно к зрителям, находящимся в средних рядах типового кинотеатра.

Для определения $F_{зр\Sigma}$ вначале находят результирующую ПЧХ $K_э(f)$ кинематографической системы, приведенную к поверхности фильмокопии (методика вычисления $K_э(f)$ дана в § II.8). После этого ПЧХ приводят к поверхности сетчатки глаза зрителя. Если зритель находится на расстоянии $l_{зр}$ от экрана, а увеличение кинопроекционного объектива равно $\beta_п$, то линейное увеличение системы кинопроекционный объектив — глаз наблюдателя будет определено равенством:

$$\beta = \frac{l_{зр}}{\beta_п f'_{зр}},$$

где $f'_{зр}$ — фокусное расстояние оптической системы глаза.

В различных кинематографических системах для зрителей, расположенных в средних рядах кинотеатра, линейное увеличение β будет различно. Вычисления показывают, что для средних рядов кинотеатра в обычном и широкоэкранном кинематографе значение β равно: обычный кинематограф — 3,5; широкоэкранный кинематограф: по вертикали — 4,6; по горизонтали — 2,3.

Приведя пространственные частоты f от поверхности фильмокопии к поверхности сетчатки глаза, в соответствии с выражением:

$$f_с = \beta f$$

строят ПЧХ $K_э(f_с)$ системы, приведенную к поверхности сетчатки. Результирующая ПЧХ $K_\Sigma(f_с)$ будет равна:

$$K_\Sigma(f_с) = K_э(f_с) K_{зр}(f_с),$$

где $K_{зр}(f_с)$ — функция, описывающая ПЧХ зрительного анализатора (см. § II.7).

Площадь $F_{зр\Sigma}$, ограниченную ПЧХ $K_\Sigma(f_с)$, определяют по формуле:

$$F_{зр\Sigma} = \int_0^\infty |K_\Sigma(f_с)|\, df_с.$$

Подставляя это значение $F_{зр\Sigma}$ в формулу (V.16), находят количественную оценку резкости изображения, воспринимаемого зрителем. Задавая же различные значения $F_{зр\Sigma}$, строят сенсорную характеристику зрительного анализатора на шкале категорий для резкости.

Вполне понятно, что различие в линейных увеличениях β, имеющее место при рассматривании изображений в обычном и широкоэкранном кинотеатрах, приводит к различию в воспри-

нимаемой резкости изображений, а следовательно, и в количественной оценке качества изображения.

В табл. V.7 приведены значения k_i для эталонной и массовой цветных фильмокопий обычного и широкоэкранного кинематографа. Значение ПЧХ системы для эталонной фильмокопии принято равным произведению ПЧХ реальных киносъемочного и кинопроекционного объективов, негативной и позитивной кинопленок, кинокопировального аппарата. Значение ПЧХ системы для массовой фильмокопии получено дополнительным умножением на ПЧХ кинопленок, используемых для получения промежуточного позитива и контратипа и кинокопировальных аппаратов.

Из таблицы следует, что оценка визуальной резкости экранного изображения изменяется в довольно широких пределах. Это объясняется тем, что при вычислениях приняты ПЧХ различных типов кинопленок.

Таблица V.7

Квалиметрическая оценка визуальной резкости экранного изображения (в баллах пятибалльной шкалы)

Фильмокопия	Обычный кинематограф	Широкоэкранный кинематограф		
		вертик.	горизонт.	среднее
Эталонная	3,8—4,6	4,0—4,7	3,1—3,9	3,6—4,3
Массовая	3,3—4,4	3,6—4,5	2,6—3,7	3,1—4,1

Установлено, что приведенные в табл. V.7 результаты хорошо согласуются с экспертными оценками, сделанными при непосредственном наблюдении фильмов, полученных в кинематографической системе, состоящей из аналогичных элементов (кинопленок, оптики, кинокопировальных аппаратов).

При анализе данных, приведенных в табл. V.7, следует учитывать, что оценке «5 баллов» соответствует изображение, воспроизводимое идеализированной кинематографической системой, все элементы которой не вносят ухудшения резкости, т. е. изображение абсолютной резкости.

Табл. V.7 показывает, что существующие кинематографические системы уже позволяют получить резкость изображения в эталонной фильмокопии, приближающуюся к максимальной. Однако массовые фильмокопии, особенно в широкоэкранном кинематографе, имеют сравнительно низкое качество. Значительного улучшения резкостных показателей фильмокопии можно добиться только комплексным повышением качества всех элементов кинематографической системы. Анализ с применением квалиметрических методов показывает, что наиболее слабыми звеньями в

современном кинематографе являются кинопленки и некоторые кинокопировальные аппараты, которые в значительной степени снижают резкость экранного изображения.

Приведенные примеры даны для иллюстрации применения методов квалиметрии для оценки качества кинематографического изображения. Можно привести и другие аналогичные примеры, которые показывают, что методы квалиметрии успешно используются в кинематографии.

Основная трудность проведения квалиметрических исследований заключается в том, что воспроизводящие свойства, т. е. единичные показатели качества кинематографической системы, должны оцениваться количественно одним числом. В приведенном примере оценка резкостных свойств кинематографической системы производилась в зависимости от площади, ограниченной результирующей ПЧХ системы. В §II.8 было показано, что более точно качество изображения по данному параметру определяет информационная емкость системы.

До настоящего времени нет достаточно обоснованных методов количественного выражения показателей качества, определяющих многие воспроизводящие свойства кинематографической системы. Вследствие этого дальнейшие работы должны быть направлены не только на совершенствование квалиметрических методов в применении к кинематографии, но и на изыскание путей количественного выражения объективных показателей качества кинематографических систем, которые определяют их воспроизводящие свойства. Решение последней задачи может быть найдено с использованием методов теоретического исследования преобразования изображений в сквозном кинематографическом процессе.

Достоинство квалиметрических методов заключается не только в том, что они позволяют обосновать требуемые объективные параметры воспроизводящих свойств кинематографической системы в целом, но и найти наиболее слабые ее звенья, а следовательно, указать пути дальнейшего повышения качества воспроизводимого изображения.

1. Преобразование Фурье

Экспоненциальное преобразование Фурье (Фурье-преобразование) — интегральная операция над функцией $f(x)$

$$F(W)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\exp(-i2\pi Wx)\,dx.$$

Обратное преобразование Фурье записывают следующим образом:

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} F(W)\exp(i2\pi Wx)\,dW.$$

Функцию $F(W)$ часто называют *Фурье-образом функции* $f(x)$.

Если функция $f(x)$ четная, то экспоненциальное преобразование Фурье вырождается в косинус-преобразование Фурье:

$$F(W)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos 2\pi Wx dx,$$

а если нечетная, — то в синус-преобразование Фурье:

$$iF(W)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin 2\pi Wx dx.$$

Синус-преобразование Фурье четных функций и косинус-преобразование Фурье нечетных функций равны нулю.

Теорема линейности. Если имеет место равенство

$$f(x)=a_1 f_1(x)+a_2 f_2(x),$$

где a_1 и a_2 — произвольные постоянные, то справедливо равенство:

$$F(W)=a_1 F_1(W)+a_2 F_2(W),$$

где $F(W)$, $F_1(W)$ и $F_2(W)$ — Фурье-преобразования функций $f(x)$, $f_1(x)$ и $f_2(x)$ соответственно.

Преобразования Фурье некоторых функций

$f(x)$	$F(W)$
$\cos 2\pi W_0 x$	$\frac{1}{2}\delta(W_0-\lvert W\rvert)$
$\cos 2\pi W_0 (x \mp x_0)$	$\frac{1}{2}\delta(W_0-\lvert W\rvert)\exp(\mp i2\pi W x_0)$
$f_1(x)\cos 2\pi W_0 x$	$\frac{1}{2}[F_1(W+W_0)+F_1(W-W_0)]$
$\operatorname{rect}(xW_0)$	$\frac{1}{W_0}\operatorname{sinc}\pi\frac{W}{W_0}$
$(1-2W_0\lvert x\rvert)\operatorname{rect}(xW_0)$	$\frac{1}{2W_0}\operatorname{sinc}^2\pi\frac{W}{2W_0}$
$\sqrt{1-4W_0^2x^2}\operatorname{rect}(xW_0)$	$\frac{J_1\left(\pi\frac{W}{W_0}\right)}{2W}$
$\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(x-\frac{n}{W_0}\right)$	$W_0\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\delta(W-nW_0)$
$f_1(x-x_0)+f_1(x+x_0)$	$2\cos 2\pi W x_0\cdot F_1(W)$
$\delta(x)$	1
$\exp(-W_0\lvert x\rvert)$	$\frac{2W_0}{W_0^2+4\pi^2W^2}$
$\exp(-W_0^2x^2)$	$\sqrt{\frac{\pi}{W_0^2}}\exp\left(-\frac{\pi^2W^2}{W_0^2}\right)$

Более полные таблицы преобразований Фурье приведены в работе [10].

Теорема смещения. Если функцию $f(x)$ сместить на величину x_0 вдоль оси $0x$, то преобразование Фурье новой функции $f(x-x_0)$ будет равно:

$$F(W) = \exp(-i2\pi W x_0) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i2\pi W x)\, dx,$$

т. е. смещение функции в пространственной или временно́й области вызывает линейный фазовый сдвиг в области частот.

Двумерное преобразование Фурье — интегральная операция над двумерной функцией $f(x, y)$ вида:

$$F(W_x, W_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i2\pi(W_x x + W_y y)]\, dx dy.$$

Обратное двумерное преобразование Фурье записывается следующим образом:

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(W_x, W_y) \exp[i2\pi(W_x x + W_y y)]\, dW_x dW_y.$$

2. Преобразование Ганкеля

Преобразование Ганкеля — интегральная операция над функцией $f(r)$, обладающей круговой симметрией $(r = \sqrt{x^2 + y^2})$, вида:

$$F_0(\rho) = 2\pi \int_0^{\infty} f(r) J_0(2\pi\rho r)\, r dr,$$

где $\rho = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$.

Обратное преобразование Ганкеля записывается следующим образом:

$$f(r) = 2\pi \int_0^{\infty} F_0(\rho) J_0(2\pi\rho r)\, \rho d\rho.$$

Преобразование Ганкеля является частным случаем двумерного преобразования Фурье функций, обладающих круговой симметрией.

Таблицы преобразований Ганкеля приведены в работе [10].

3. Свертка функций

Свертка функций — интегральная операция над функциями $f_1(x)$ и $f_2(x)$, в результате которой получают новую функцию:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x_1) f_2(x - x_1)\, dx_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(x_1) f_1(x - x_1)\, dx_1.$$

Функция $f(x)$ называется *сверткой двух исходных функций*.

Для упрощения записи операции свертки введен операторный символ $\ast$:

$$f(x) = f_1(x) \ast f_2(x).$$

Двумерная свертка функций — интегральная операция над двумерными функциями $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$, в результате которой получают новую двумерную функцию:

$$f(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} f_1(x_1, y_1) f_2(x - x_1, y - y_1)\, dx_1 dy_1 =$$

$$= \iint\limits_{-\infty}^{\infty} f_2(x_1, y_1) f_1(x - x_1, y - y_1)\, dx_1 dy_1.$$

Функция $f(x, y)$ называется *двумерной сверткой двух исходных функций.*

Для упрощения записи операции двумерной свертки введен операторный символ $\ast\ast$:

$$f(x,y) = f_1(x,y) \ast\ast f_2(x,y).$$

Более подробно о свертке функций см. в [74].

4. Теорема свертки

Фурье-преобразование $F(W)$ свертки $f(x)$ двух функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ равно произведению Фурье-преобразований $F_1(W)$ и $F_2(W)$ исходных двух функций, т. е. если справедливо равенство $f(x) = f_1(x) \ast f_2(x)$, то справедливо и равенство $F(W) = F_1(W)F_2(W)$.

Теорема двумерной свертки. Двумерное Фурье-преобразование $F(W_x, W_y)$ двумерной свертки $f(x, y)$ двух функций $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$ равно произведению Фурье-преобразований $F_1(W_x, W_y)$ и $F_2(W_x, W_y)$ исходных двух функций, т. е. если справедливо равенство $f(x, y) = f_1(x, y) \ast\ast f_2(x, y)$, то справедливо и равенство $F(W_x, W_y) = F_1(W_x, W_y)F_2(W_x, W_y)$.

Обратная теорема свертки. Фурье-преобразование $F(W)$ произведения $f(x)$ двух функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ равно свертке Фурье-преобразований $F_1(W)$ и $F_2(W)$ исходных двух функций, т. е. если справедливо равенство $f(x) = f_1(x)\, f_2(x)$, то справедливо и равенство $F(W) = F_1(W) \ast F_2(W)$.

5. Дельта-функция Дирака

Дельта-функция $\delta(x)$ определяется следующими уравнениями:

$$\delta(x) = 0 \text{ при } x \neq 0; \int\limits_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\, dx = 1; \ \delta(x) = \delta(-x).$$

Дельта-функция не является функцией в обычном математическом смысле, поскольку, если функция равна нулю везде,

за исключением одной точки, а интеграл от нее существует, то этот интеграл обязательно должен быть равен нулю. Допустимо интерпретировать любую операцию над дельта-функцией как операцию над какой-то функцией $\delta(x, A)$ с последующим нахождением предела при $A \to 0$ в конце вычислений.

Дельта-функция может быть представлена прямоугольной функцией:

$$\delta(x, A) = \frac{1}{A} \operatorname{rect}\left(\frac{x}{A}\right).$$

Откуда находим:

$$\delta(x) = \lim_{A \to 0} \frac{1}{A} \operatorname{rect}\left(\frac{x}{A}\right).$$

Основные свойства дельта-функции:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, \delta(x - a) = f(a); \quad \delta(ax) = \frac{1}{|a|}\, \delta(x).$$

Двумерная дельта-функция $\delta(x, y)$ определяется следующими выражениями:

$$\delta(x, y) = 0 \text{ при } x \neq 0,\ y \neq 0;$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y)\, dxdy = 1; \quad \delta(x, y) = \delta(-x, -y).$$

Основные свойства двумерной дельта-функции:

$$\iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, \delta(x - a,\ y - b)\, dxdy = f(a, b);$$

$$\delta(ax, by) = \frac{1}{|a| \cdot |b|}\, \delta(x, y).$$

Более подробно о дельта-функции см. в работе [74].

6. Прямоугольная функция

Прямоугольная функция rect(x) определяется равенствами:

$$\operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1 \text{ при } |x| < \frac{1}{2}; \\ \frac{1}{2} \text{ при } |x| = \frac{1}{2} \\ 0 \text{ при } |x| > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

7. Функция Хэвисайда

Функция Хэвисайда $1(x)$ определяется равенствами:

$$1(x) = \begin{cases} 1 \text{ при } x > 0; \\ \frac{1}{2} \text{ при } x = 0 \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

8. Функция $\frac{\sin \pi x}{\pi x}$ при различ

(для функции $\frac{\sin \pi x}{\pi x}$ возможна

x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$
0,00	1,000	0,50	0,636	1,00	0,000	1,50	−0,212	2,00	0,000	2,50	0,127
0,01	0,999	0,51	0,624	1,01	−0,0097	1,51	−0,211	2,01	0,005	2,51	0,1268
0,02	0,999	0,52	0,611	1,02	−0,0196	1,52	−0,209	2,02	0,0099	2,52	0,126
0,03	0,998	0,53	0,598	1,03	−0,029	1,53	−0,207	2,03	0,015	2,53	0,125
0,04	0,997	0,54	0,585	1,04	−0,038	1,54	−0,205	2,04	0,0196	2,54	0,124
0,05	0,996	0,55	0,572	1,05	−0,047	1,55	−0,203	2,05	0,024	2,55	0,123
0,06	0,994	0,56	0,558	1,06	−0,056	1,56	−0,200	2,06	0,029	2,56	0,122
0,07	0,992	0,57	0,545	1,07	−0,065	1,57	−0,198	2,07	0,034	2,57	0,121
0,08	0,989	0,58	0,532	1,08	−0,073	1,58	−0,195	2,08	0,038	2,58	0,120
0,09	0,987	0,59	0,518	1,09	−0,081	1,59	−0,192	2,09	0,042	2,59	0,118
0,10	0,983	0,60	0,505	1,10	−0,089	1,60	−0,189	2,10	0,047	2,60	0,116
0,11	0,980	0,61	0,491	1,11	−0,097	1,61	−0,186	2,11	0,051	2,61	0,115
0,12	0,976	0,62	0,477	1,12	−0,105	1,62	−0,183	2,12	0,055	2,62	0,113
0,13	0,972	0,63	0,464	1,13	−0,112	1,63	−0,179	2,13	0,059	2,63	0,111
0,14	0,968	0,64	0,450	1,14	−0,119	1,64	−0,176	2,14	0,063	2,64	0,109
0,15	0,963	0,65	0,436	1,15	−0,126	1,65	−0,172	2,15	0,067	2,65	0,107
0,16	0,958	0,66	0,423	1,16	−0,132	1,66	−0,168	2,16	0,071	2,66	0,105
0,17	0,953	0,67	0,409	1,17	−0,138	1,67	−0,164	2,17	0,075	2,67	0,103
0,18	0,948	0,68	0,395	1,18	−0,145	1,68	−0,159	2,18	0,078	2,68	0,100
0,19	0,942	0,69	0,382	1,19	−0,150	1,69	−0,156	2,19	0,082	2,69	0,098
0,20	0,936	0,70	0,368	1,20	−0,156	1,70	−0,152	2,20	0,085	2,70	0,095
0,21	0,929	0,71	0,354	1,21	−0,161	1,71	−0,147	2,21	0,088	2,71	0,093
0,22	0,922	0,72	0,341	1,22	−0,166	1,72	−0,143	2,22	0,091	2,72	0,090
0,23	0,915	0,73	0,327	1,23	−0,171	1,73	−0,138	2,23	0,094	2,73	0,087
0,24	0,908	0,74	0,314	1,24	−0,176	1,74	−0,133	2,24	0,097	2,74	0,085
0,25	0,900	0,75	0,300	1,25	−0,180	1,75	−0,129	2,25	0,100	2,75	0,082
0,26	0,892	0,76	0,287	1,26	−0,184	1,76	−0,124	2,26	0,103	2,76	0,079
0,27	0,884	0,77	0,273	1,27	−0,188	1,77	−0,119	2,27	0,105	2,77	0,076
0,28	0,876	0,78	0,260	1,28	−0,192	1,78	−0,114	2,28	0,108	2,78	0,073
0,29	0,867	0,79	0,247	1,29	−0,195	1,79	−0,109	2,29	0,110	2,79	0,0699
0,30	0,858	0,80	0,234	1,30	−0,198	1,80	−0,104	2,30	0,112	2,80	0,067
0,31	0,849	0,81	0,221	1,31	−0,201	1,81	−0,099	2,31	0,114	2,81	0,064
0,32	0,840	0,82	0,208	1,32	−0,204	1,82	−0,094	2,32	0,116	2,82	0,0605
0,33	0,830	0,83	0,195	1,33	−0,206	1,83	−0,089	2,33	0,118	2,83	0,057
0,34	0,820	0,84	0,183	1,34	−0,208	1,84	−0,083	2,34	0,119	2,84	0,054
0,35	0,810	0,85	0,170	1,35	−0,210	1,85	−0,078	2,35	0,121	2,85	0,051
0,36	0,800	0,86	0,158	1,36	−0,212	1,86	−0,073	2,36	0,122	2,86	0,047
0,37	0,789	0,87	0,145	1,37	−0,213	1,87	−0,068	2,37	0,123	2,87	0,044
0,38	0,779	0,88	0,133	1,38	−0,214	1,88	−0,062	2,38	0,124	2,88	0,041
0,39	0,768	0,89	0,121	1,39	−0,215	1,89	−0,057	2,39	0,125	2,89	0,037
0,40	0,757	0,90	0,109	1,40	−0,216	1,90	−0,052	2,40	0,126	2,90	0,034
0,41	0,746	0,91	0,098	1,41	−0,217	1,91	−0,047	2,41	0,127	2,91	0,0305
0,42	0,734	0,92	0,086	1,42	−0,2171	1,92	−0,041	2,42	0,1274	2,92	0,027
0,43	0,722	0,93	0,0746	1,43	−0,2172	1,93	−0,036	2,43	0,128	2,93	0,024
0,44	0,711	0,94	0,0635	1,44	−0,2171	1,94	−0,031	2,44	0,1281	2,94	0,020
0,45	0,699	0,95	0,0525	1,45	−0,2168	1,95	−0,026	2,45	0,1283	2,95	0,017
0,46	0,687	0,96	0,0416	1,46	−0,2163	1,96	−0,020	2,46	0,1284	2,96	0,0135
0,47	0,674	0,97	0,0309	1,47	−0,216	1,97	−0,015	2,47	0,1283	2,97	0,010
0,48	0,662	0,98	0,0204	1,48	−0,215	1,98	−0,010	2,48	0,1281	2,98	0,0067
0,49	0,649	0,99	0,0101	1,49	−0,214	1,99	−0,005	2,49	0,128	2,99	0,0033

ных значениях x

также запись $\operatorname{sinc} \pi x$)

x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$	x	$\frac{\sin \pi x}{\pi x}$
3,00	0,000	3,50	−0,0909	4,00	0,000	4,50	0,0707	5,00	0,000	5,50	−0,0579
3,01	−0,0033	3,51	−0,0906	4,01	0,0025	4,51	0,0705	5,01	−0,0020	5,51	−0,0577
3,02	−0,0066	3,52	−0,0903	4,02	0,0049	4,52	0,0703	5,02	−0,0039	5,52	−0,0575
3,03	−0,0099	3,53	−0,0898	4,03	0,0074	4,53	0,0699	5,03	−0,0059	5,53	−0,0573
3,04	−0,013	3,54	−0,0892	4,04	0,0098	4,54	0,0696	5,04	−0,0079	5,54	−0,0570
3,05	−0,016	3,55	−0,0886	4,05	0,0122	4,55	0,0691	5,05	−0,0098	5,55	−0,0567
3,06	−0,019	3,56	−0,0878	4,06	0,0147	4,56	0,0686	5,06	−0,0118	5,56	−0,0562
3,07	−0,023	3,57	−0,0870	4,07	0,0170	4,57	0,0680	5,07	−0,0137	5,57	−0,0558
3,08	−0,026	3,58	−0,0861	4,08	0,0194	4,58	0,0673	5,08	−0,0155	5,58	−0,0553
3,09	−0,029	3,59	−0,0852	4,09	0,0217	4,59	0,0666	5,09	−0,0174	5,59	−0,0547
3,10	−0,032	3,60	−0,0841	4,10	0,024	4,60	0,0658	5,10	−0,0193	5,60	−0,0541
3,11	−0,035	3,61	−0,0830	4,11	0,0262	4,61	0,0650	5,11	−0,0211	5,61	−0,0534
3,12	−0,038	3,62	−0,0818	4,12	0,0284	4,62	0,0641	5,12	−0,0229	5,62	−0,0527
3,13	−0,0404	3,63	−0,0805	4,13	0,0306	4,63	0,0631	5,13	−0,0246	5,63	−0,0519
3,14	−0,043	3,64	−0,0791	4,14	0,0327	4,64	0,0621	5,14	−0,0264	5,64	−0,0511
3,15	−0,046	3,65	−0,0777	4,15	0,0348	4,65	0,0610	5,15	−0,0280	5,65	−0,0502
3,16	−0,0485	3,66	−0,0762	4,16	0,0368	4,66	0,0599	5,16	−0,0297	5,66	−0,0493
3,17	−0,0511	3,67	−0,0747	4,17	0,0389	4,67	0,0587	5,17	−0,0313	5,67	−0,0483
3,18	−0,0536	3,68	−0,0731	4,18	0,0408	4,68	0,0574	5,18	−0,0329	5,68	−0,0473
3,19	−0,0561	3,69	−0,0713	4,19	0,0427	4,69	0,0562	5,19	−0,0344	5,69	−0,0463
3,20	−0,059	3,70	−0,0696	4,20	0,0445	4,70	0,0548	5,20	−0,0360	5,70	−0,0452
3,21	−0,061	3,71	−0,0678	4,21	0,0463	4,71	0,0534	5,21	−0,0374	5,71	−0,0440
3,22	−0,063	3,72	−0,0659	4,22	0,0481	4,72	0,0520	5,22	−0,0388	5,72	−0,0429
3,23	−0,065	3,73	−0,0641	4,23	0,0497	4,73	0,0505	5,23	−0,0402	5,73	−0,0417
3,24	−0,067	3,74	−0,0620	4,24	0,0514	4,74	0,0490	5,24	−0,0416	5,74	−0,0404
3,25	−0,069	3,75	−0,0600	4,25	0,0530	4,75	0,0474	5,25	−0,0428	5,75	−0,0392
3,26	−0,071	3,76	−0,0580	4,26	0,0544	4,76	0,0458	5,26	−0,0441	5,76	−0,0378
3,27	−0,073	3,77	−0,0558	4,27	0,0559	4,77	0,0442	5,27	−0,0453	5,77	−0,0365
3,28	−0,075	3,78	−0,0537	4,28	0,0573	4,78	0,0424	5,28	−0,0464	5,78	−0,0351
3,29	−0,076	3,79	−0,0515	4,29	0,0586	4,79	0,0408	5,29	−0,0475	5,79	−0,0337
3,30	−0,078	3,80	−0,0493	4,30	0,0599	4,80	0,0390	5,30	−0,0486	5,80	−0,0323
3,31	−0,0795	3,81	−0,0470	4,31	0,0611	4,81	0,0372	5,31	−0,0496	5,81	−0,0308
3,32	−0,081	3,82	−0,0446	4,32	0,0622	4,82	0,0354	5,32	−0,0505	5,82	−0,0293
3,33	−0,082	3,83	−0,0424	4,33	0,0632	4,83	0,0336	5,33	−0,0514	5,83	−0,0278
3,34	−0,0835	3,84	−0,0400	4,34	0,0643	4,84	0,0317	5,34	−0,0522	5,84	−0,0263
3,35	−0,0846	3,85	−0,0376	4,35	0,0652	4,85	0,0298	5,35	−0,0530	5,85	−0,0247
3,36	−0,0857	3,86	−0,0351	4,36	0,0660	4,86	0,0279	5,36	−0,0537	5,86	−0,0231
3,37	−0,087	3,87	−0,0327	4,37	0,0668	4,87	0,0260	5,37	−0,0544	5,87	−0,0216
3,38	−0,088	3,88	−0,0303	4,38	0,0676	4,88	0,0241	5,38	−0,0550	5,88	−0,0199
3,39	−0,0883	3,89	−0,0277	4,39	0,0682	4,89	0,0221	5,39	−0,0556	5,89	−0,0183
3,40	−0,089	3,90	−0,0253	4,40	0,0688	4,90	0,0201	5,40	−0,0561	5,90	−0,0167
3,41	−0,0896	3,91	−0,0227	4,41	0,0693	4,91	0,0181	5,41	−0,0565	5,91	−0,0151
3,42	−0,0901	3,92	−0,0202	4,42	0,0697	4,92	0,0161	5,42	−0,0569	5,92	−0,0134
3,43	−0,0906	3,93	−0,0177	4,43	0,0701	4,93	0,0141	5,43	−0,0572	5,93	−0,0117
3,44	−0,0909	3,94	−0,0151	4,44	0,0704	4,94	0,0121	5,44	−0,0575	5,94	−0,0101
3,45	−0,0911	3,95	−0,0127	4,45	0,0706	4,95	0,0101	5,45	−0,0577	5,95	−0,0084
3,46	−0,0913	3,96	−0,0101	4,46	0,0708	4,96	0,0081	5,46	−0,0578	5,96	−0,0067
3,47	−0,0913	3,97	−0,0076	4,47	0,0709	4,97	0,0060	5,47	−0,0579	5,97	−0,0051
3,48	−0,0912	3,98	−0,0050	4,48	0,07091	4,98	0,0041	5,48	−0,0580	5,98	−0,0033
3,49	−0,09116	3,99	−0,0025	4,49	0,07086	4,99	0,0020	5,49	−0,0579	5,99	−0,0017

ЛИТЕРАТУРА

1. *Азгальдов Г. Г., Райхман Э. П.* О квалиметрии. М., Изд-во стандартов, 1973.
2. *Андреев Ю. С., Позняк Е. С.* Частотно-контрастная характеристика зрительного анализатора и ее воспроизведение в измерительном устройстве. — «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1972, т. 17, вып. 6.
3. *Антипин М. В.* Интегральная оценка качества телевизионного изображения. Л., «Наука», 1970.
4. *Антипин М. В., Андронов В. Г., Гласман К. Ф.* Квалиметрия кинотелевизионных систем. ЛИКИ, 1976.
5. *Антипин М. В., Блюмберг М. И., Кузнецова А. Л.* Визуальная оценка киноизображения по резкости и зернистости. — «Техника кино и телевидения», 1979, № 3.
6. *Артюшин Л. Ф.* Основы воспроизведения цвета. М., «Искусство», 1970.
7. *Артюшин Л. Ф.* Расчетное определение показателя субъективной резкости изображения края по 4КХ в кинематографическом процессе. — «Техника кино и телевидения», 1976, № 10.
8. *Ащеулов А. Т.* Характеристики качества оптических и фотографических систем. — «Оптико-механическая промышленность», 1960, № 6, 7.
9. *Ащеулов А. Т., Павличук Т. А., Хухрина М. Д.* Оценка фотографических систем методом частотно-контрастной характеристики по синусоидальной решетке. — «Успехи научной фотографии», 1964, т. 10.
10. *Бейтмен Г., Эрдейн А.* Таблицы интегральных преобразований, М., «Наука», 1969.
11. *Вургов В. А.* Основы кинотелевизионной техники. М., «Искусство», 1964.
12. *Вавилов С. И.* Глаз и солнце. М., «Наука», 1976.
13. *Валюс Н. А.* Растровая оптика. М. — Л., Изд-во Гос. технико-теоретич. лит., 1949.
14. *Валюс Н. А.* Стереоскопия. М., Изд-во АН СССР, 1962.
15. *Вейцман А. И., Вендровский К. В.* Измерение частотно-контрастных характеристик фотографических материалов. — «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1969, т. 14, вып. 3.
16. *Вендровский К. В.* Информационная емкость фотографических слоев. — «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1973, т. 18, вып. 5.
17. *Вендровский К. В., Вейцман А. И.* Фотографическая структурометрия. М., «Искусство», 1982.
18. *Вендровский К. В., Вейцман А. И., Арбузкина Л. Н.* Исследование взаимосвязи визуальной и информационной оценок изображения. — «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1975, т. 20, вып. 2.
19. *Волосов Д. С.* Фотографическая оптика. М., «Искусство», 1978.
20. *Глезер В. Д., Дудкин К. Н., Куперман А. М.* Зрительное опознание и его нейрофизиологические механизмы. Л., «Наука», 1975.
21. *Глезер В. Д., Цуккерман И. И.* Информация и зрение. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1961.
22. *Голдовский Е. М.* Основы кинотехники. М., «Искусство», 1965.
23. *Голдовский Е. М.* Информационная емкость фильмокопий при трансформации кинематографических систем. — «Техника кино и телевидения», 1971, № 1.
24. *Голдовский Е. М.* Введение в кинотехнику. М., «Искусство», 1974.

25. *Голод И. С.* Частотно-контрастные характеристики изображения при различных видах печати. — «Техника кино и телевидения», 1973, № 4.
26. *Гороховский Ю. Н.* Спектральные исследования фотографического процесса. М., Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960.
27. *Гофайзен О. В., Епифанов Н. И., Куприянова Г. К., Крыжановская Н. Г.* Оценка четкости и качества цветного изображения с учетом его двумерной структуры. — «Техника кино и телевидения», 1980, № 3.
28. *Гребенников О. Ф.* Киносъемочная аппаратура. Л., «Машиностроение», 1971.
29. *Гребенников О. Ф.* Применение некоторых положений теории дискретизации к кинематографическим процессам. — «Труды XII Международного конгресса УНИАТЕК». М., 1976.
30. *Гребенников О. Ф.* Искажения, вызванные дискретизацией изображения в кинематографе. — «Техника кино и телевидения», 1977, № 8.
31. *Гребенников О. Ф.* Основы записи и воспроизведения изображения. ЛИКИ, 1977—1978. [Вып. 1. Дискретизация изображений. Вып. 2. Пространственные преобразования изображения. Вып. 3. Запись и воспроизведение цветного изображения.]
32. *Гребенников О. Ф., Кулаков А. К.* Информационная оценка четкости и резкости киноизображения. — «Труды ЛИКИ», 1980.
33. *Гребенников О. Ф., Тихомирова Г. В.* Пространственно-временные преобразования изображения в кинематографической системе. — «Техника кино и телевидения», 1981, № 7.
34. *Грей Э., Метьюз Г.* Функции Бесселя и их приложение к физике и механике. М., Изд-во иностр. лит., 1949.
35. *Гудмен Д.* Введение в Фурье-оптику. М., «Мир», 1970.
36. *Гуляев С. М., Журавлева Л. И., Лысенко Л. П., Раковский В. В.* Визуально-слуховой метод квалиметрического контроля изображения и фонограммы фильмовых материалов. — «Труды НИКФИ», вып. 93, 1978.
37. *Гуревич М. М.* Цвет и его измерение. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1950.
38. *Денисюк Ю. Н.* К вопросу о фотографии, воспроизводящей полную иллюзию действительности изображаемого объекта. — «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1966, т. 11, вып. 1.
39. *Дженкинс Г., Ваттс Д.* Спектральный анализ и его приложения. М., «Мир», 1971.
40. *Дубовик А. С.* Фотографическая регистрация быстропротекающих процессов. М., «Наука», 1975.
41. *Завалишин Н. В., Мучник И. Б.* Модели зрительного восприятия и алгоритмы анализа изображений. М., «Наука», 1974.
42. *Зернов В. А.* Цветоведение. М., «Книга», 1972.
43. *Игнатьев Н. К.* О стробоскопических явлениях в кино и телевидении. — «Техника кино и телевидения», 1957, № 8.
44. *Игнатьев Н. К.* Применение дельта-функции для исследования дискретизации n-мерных сообщений. — «Радиотехника и электроника», 1959, № 2.
45. *Игнатьев Н. К.* К теории кинотелевизионных преобразователей. — «Техника кино и телевидения», 1960, № 11.
46. *Игнатьев Н. К.* Общие методы исследования систем с дискретизацией. — «Электросвязь», вып. 8, 1960.
47. *Игнатьев Н. К.* Теория дискретизации и ее применение к задачам связи. М., «Связьиздат», 1963.
48. *Игнатьев Н. К.* Дискретизация и ее приложения. М., «Связь», 1980.
49. *Кальниболоцкая Л. А.* Основы записи и воспроизведения изображений. ЛИКИ, 1980. [Вып. 4. Элементы теории спектров.]
50. *Каныгин Н. И., Вейцман А. И., Вендровский К. В.* Оценка резкости изображения в кинематографии. — «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1977, т. 22, вып. 4.
51. *Комар В. Г.* Критерий резкости изображения и ее оценка в различных системах кинематографии. — «Успехи науч. фотогр.», 1964, т. 10.

52. *Комар В. Г.* Информационная оценка качества изображения кинематографических систем. — «Техника кино и телевидения», 1971, № 10.
53. *Комар В. Г.* О квалиметрии киноизображений. — «Труды НИКФИ», 1974, вып. 74.
54. *Котельников В. А.* О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи. М., Изд-во управления связи РККА, 1933.
55. *Кравков С. В.* Глаз и его работа. М., Изд-во АН СССР, 1950.
56. *Красильников Н. Н.* Статистическая теория передачи изображений. М., «Связь», 1976.
57. *Красковский Р. А.* Вычисление энтропии оптического изображения и определение эффективных размеров фигур рассеяния. — «Успехи науч. фотогр.», 1964, т. 10.
58. *Кулагин С. В.* Аппаратура для научной фоторегистрации и киносъемки. М., «Машиностроение», 1980.
59. *Кулаков А. К.* Пороговая контрастная чувствительность зрительного анализатора в условиях рассматривания киноизображения. — «Труды ЛИКИ», 1979, вып. 34.
60. *Кулаков А. К.* Пространственная частотная характеристика зрительного анализатора как звена кинематографической системы. — «Труды ЛИКИ», 1979, вып. 34.
61. *Курицын А. М.* О выборе оптимальных параметров цветоделительного блока кинокопировальных аппаратов аддитивной цветной печати. — «Труды НИКФИ», 1976, вып. 81.
62. *Кустарев А. К.* и др. Расчет оптимальной матрицы цветокоррекции для ТВ камеры. — «Техника кино и телевидения», 1977, № 9.
63. *Лебедев Д. С., Цуккерман И. И.* Телевидение и теория информации. М.—Л., «Энергия», 1965.
64. *Лебедев Д. С.* О применении теории информации к фотографическим системам. — «Журн. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр.», 1965, т. 10, вып. 1.
65. *Луизов А. В.* Инерция зрения. М., «Оборонгиз», 1961.
66. *Маркюс Ж.* Дискретизация и квантование. М., «Энергия», 1969.
67. *Мелик-Степанян А. М., Проворнов С. М.* Детали и механизмы киноаппаратуры. ЛИКИ, 1980.
68. *Миз К., Джеймс Т.* Теория фотографического процесса, Л., «Химия», 1973.
69. *Новик Ф. С.* Частотно-контрастные характеристики киносъемочных объективов и приборы для их измерения. — «Техника кино и телевидения», 1976, № 11.
70. *Нюберг Н. Д.* Теоретические основы цветной репродукции. М., «Сов. наука», 1947.
71. *Оберхеттингер Ф.* Преобразования Фурье-распределений и их обращения. М., «Наука», 1979.
72. *О'Нейл Э.* Введение в статистическую оптику. М., «Мир», 1966.
73. *Островская М. А.* Частотно-контрастная характеристика глаза. — «Оптико-мех. пром-сть», 1969, № 2.
74. *Папулис А.* Теория систем и преобразований в оптике. М., «Мир», 1971.
75. *Пекара А.* Новый облик оптики. М., «Сов. радио», 1973.
76. *Проворнов С. М.* Основы кинотехники. ЛИКИ, 1973.
77. *Пэдхем Ч., Сондерс Дж.* Восприятие света и цвета. М., «Мир», 1978.
78. *Раковский В. В.* Квалиметрическая оценка резкостных свойств киноизображений, кинопленок и киноаппаратуры. — «Труды НИКФИ», 1978, вып. 93.
79. *Раковский В. В.* Математическое моделирование фотографической фонограммы переменной ширины.—«Техника кино и телевидения», 1974. № 4.
80. *Розенфельд А.* Распознавание и обработка изображений. М., «Мир», 1972.
81. *Роуз А.* Зрение человека и электронное зрение. М., «Мир», 1977.
82. *Смирнов А. Я.* Математические модели теории передачи изображений. М., «Связь», 1979.

83. *Сорока Е. З.* Измерение межкадровой корреляции телевизионного изображения. — «Электросвязь», 1965, №9.
84. *Сороко Л. М.* Основы голографии и когерентной оптики. М., «Наука», 1971.
85. *Стейн С., Джонс Дж.* Принципы современной теории связи и их применение к передаче дискретных сообщений. М., «Связь», 1971.
86. Техника цветного телевидения. Под. ред. С. В. Новаковского. М., «Связь», 1976.
87. *Тихомирова Г. В.* Временная амплитудная чувствительность зрительного анализатора. — «Техника кино и телевидения», 1979, № 7.
88. *Тихомирова Г. В.* Временная частотная характеристика зрительного анализатора и оценка его линейности. — «Техника кино и телевидения», 1979, № 10.
89. *Фивенский Ю. И.* Методы повышения качества аэрокосмических фотоснимков. Изд. МГУ, 1977.
90. *Фризер Х.* Фотографическая регистрация информации. М., «Мир», 1978.
91. *Харкевич А. А.* Спектры и анализ. М., ГИТТЛ, 1957.
92. *Хлебников Ф. П.* Приборы для измерения функции передачи контраста оптических систем. — «Оптико-мех. пром-сть», 1975, № 12.
93. *Хюбль А., Гребе Л., Уолл Э.* Цветная фотография. М., «Гизлегпром», 1933.
94. Цветная кинематография. Под ред. Е. М. Голдовского. М., «Искусство», 1955.
95. *Чуриловский В. Н.* Теория оптических приборов. М.—Л., «Машиностроение», 1966.
96. *Шашлов Б. А.* Теория фотографического процесса. М., «Книга», 1971.
97. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
98. *Юстова Е. Н.* Спектральная чувствительность приемников глаза. ДАН, 1950, т. 74.
99. *Юстова Е. Н.* Таблицы основных колориметрических величин. М., изд. Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при СМ СССР, 1967.
100. *Ярославский Л. П.* Устройства ввода — вывода изображений для цифровых вычислительных машин. М., «Энергия», 1968.

П

Р

С

ОГЛАВЛЕНИЕ

Гребенников О. Ф.

Г 79 Основы записи и воспроиз (в кинематографе): Учебное і нематографии. — М.: Искусст

Книга посвящена изложению мет лирования преобразований изображен процессе. На основе теории линейных ции проводится анализ пространственн венно-временных преобразований изоб записи и воспроизведения цветных из тоды оценки воспроизводящих свойств мы. Показаны принципы количественн тографической системы и воспроизводи назначена для студентов киновузов.

Г $\frac{4910030000-198}{025(01)-82}$ КБ—45—42—82

Олег Федорович Гребенников

ОСНОВЫ ЗАПИСИ
И ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ
ИЗОБРАЖЕНИЯ
(В КИНЕМАТОГРАФЕ)

Редактор Н. Н. Жердецкая
Художник И. С. Клейнард
Художественный редактор Г. И. Сауков
Технические редакторы М. П. Ушкова, В.
Корректор В. П. Акулинина

И.Б. № 1453

Сдано в набор 23.01.81. Подп. к печати 25.10.8 60×90/16. Бумага типографская № 2. Гарнитур сокая печать. Усл. п. л. 15. Уч.-изд. л. 13,272. Заказ 100. Цена 70 к. Издательство «Искусств ский пер., 3. Ярославский полиграфкомбинат (сударственном комитете СССР по делам издат ной торговли. 150014, Ярославль, ул. Свободы,

введения изображения
юсобие для вузов ки-
во, 1982. — 239 с., ил.

эдов математического моде-
ия в кинематографическом
систем и теории дискретиза-
ых, временных и пространст-
ражений, а также процесса
ображений. Рассмотрены ме-
кинематографической систе-
ой оценки качества кинема-
мого ею изображения. Пред-

ББК 37.95
6Ф2.7